

ПОЗНЯК

Елена Викторовна

**РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ ВОЛНОВОЙ ТЕОРИИ СЕЙСМОСТОЙКОСТИ
СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ**

Специальность: 05.23.17 – «Строительная механика»

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора технических наук

Москва 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский Энергетический Институт».

Научный консультант:

Назаров Юрий Павлович, доктор технических наук, профессор,
руководитель секции
«Сейсмостойкость сооружений»
АО «НИЦ «Строительство»

Официальные оппоненты:

Травуш Владимир Ильич, доктор технических наук, профессор,
вице-президент РААСН РФ по направлению «Строительные науки», заместитель директора ЗАО «Городской проектный институт жилых и общественных зданий»

Павленко Ольга Витальевна, доктор физико-математических наук,
главный научный сотрудник Лаборатории 303
Региональной геофизики и природных катастроф Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН

Трифонов Олег Владимирович, доктор технических наук, доцент,
начальник лаборатории научно-методического и нормативного обеспечения ООО «Научно-исследовательский институт природных газов и газовых технологий – Газпром ВНИИГАЗ»

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I» (ФГБОУ ВО ПГУПС).

Защита состоится 25 сентября 2019 г. в 13.00 на заседании диссертационного совета Д218.005.05 на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет транспорта (МИИТ)» по адресу: 127994, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9, ауд. 7618.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте РУТ (МИИТ),

www.mii.ru.

Автореферат разослан « ___ » _____ 2019 г.

Ученый секретарь диссертационного совета _____ Шавыкина М.В.

1. Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования

Актуальность настоящей диссертационной работы определяется необходимостью модификации инженерных подходов, методов, нормативных документов, регламентирующих расчет пространственных сооружений (в том числе уникальных, с оригинальными архитектурными решениями) на сейсмостойкость.

Инженерная теория сейсмостойкости начала развиваться с начала прошлого века от простейшей статической теории (Ф. Омори), пройдя этапы динамической теории для одномерных систем (Н. Мононобе, К.С. Завриев), спектральной теории для многомерных систем (М.А. Био, Д. Хадсон, Дж. Алфорд, Г. Хаузнер, Р. Мартел, А.Г. Назаров, И.Л. Корчинский и другие), вероятностной и нелинейной теорий (В.В. Болотин, М.Ф. Барштейн, И.И. Гольденблат, Н.А. Николаенко, С.В. Поляков, Ш.Г. Напетваридзе, Г.Н. Карцивадзе, А.Ф. Смирнов, А.П. Сеницын, Я.М. Айзенберг, А.В. Перельмуттер, В.И. Сливкер, Э.Е. Хачиян, Ю.П. Назаров, Ю.И. Немчинов, А.М. Уздин, Ю.Т. Чернов и многие другие), волновой теории (Н. Ньюмарк, В. Ли, Дж. Луко, Х.Т. Шибата, Т. Шигета, М. Трифунак, Н.А. Абрахамсон, А. Зерва и В. Зервас, М. Тодоровска, В.Т. Рассказовский, Э.Е. Хачиян, Н.А. Николаенко, А.П. Сеницын, Ю.П. Назаров, А.Г. Тяпин и многие другие).

Несмотря на высокий уровень теоретических исследований, отечественная нормативная база по расчетам на сейсмические воздействия выглядит отсталой: в последних редакциях актуализированных строительных норм (включая СП 14.13330.2014 Строительство в сейсмических районах) все еще приводятся расчетные формулы для внутренних усилий в консольной модели. Консольная модель давно уступила место цифровым пространственным моделям конструкций, генерируемым системами автоматизированного проектирования и инжиниринга (CAD-CAE-системами). Несмотря на прорыв в моделировании, сейсмическое воздействие при проектных расчетах по-прежнему задается в одной точке. Однако пространственные расчетные модели требуют задания пространственных нагрузок - только в этом случае удастся смоделировать особенности динамического поведения конструкций (Рисунки 1 и 2, фото с Интернет-сайтов), которые фиксируются при сильных землетрясениях и обусловлены прохождением сейсмических волн, но недоступны для анализа при задании сейсмического воздействия в одной точке.

При задании сейсмических нагрузок на пространственные модели конструкций необходимо исходить из основополагающей предпосылки: сейсмическое воздействие есть волновое сейсмическое движение грунта, и оно задается в виде векторного пространственно-временного поля кинематических параметров. Далее, в зависимости от спектрального состава землетрясения, размеров и степени жесткости фундамента могут быть выделены «подвиды» волнового движения – интегральная и дифференцированная модели сейсмического движения грунта. При интегральной модели движение фундамента с примыкающей к нему областью основания происходит подобно абсолютно твердому телу. В зависимости от наличия угловых движений этого тела различают интегральную дилатационную и интегральную дилатационно-ротационную модели. Интегральная модель подходит для задания сейсмического воздействия на здания с очень жесткими фундаментами (например, плитно-свайный с мощной плитой), а также для

конструкций на податливых фундаментах при условии, что доминирующие длины сейсмических волн значительно превосходят размеры фундамента. Если фундамент податливый, а доминирующие длины волн короткие (порядка длины фундамента), то движение каждой опорной точки конструкции происходит по индивидуальному закону, отражающему процесс прохождения волны. Такая модель задания сейсмического воздействия называется дифференцированной.



Новая Зеландия, 13.11.2016



Япония, 11.09.2011

Рисунок 1. Искривления рельс после прохождения сейсмических волн



Тайвань, 20.09.1999



Япония, 11.09.2011



Новая Зеландия, 13.11.2016



Непал, 25.04.2015

Рисунок 2. Разрушения, обусловленные пространственными сейсмическими эффектами
Для прочностного расчета на пространственные нагрузки по интегральной и дифференцированной моделям воздействия необходимы более общие методы расчетов. Как показано в настоящей диссертации, простой и надежный линейно-спектральный метод

(ЛСМ) может быть обобщен на случай волнового сейсмического движения как для интегральной дилатационно-ротационной, так и для дифференцированной модели движения грунта.

Таким образом, настоящая диссертационная работа посвящена в основном решению следующих актуальных проблем теории сейсмостойкости: преобразование волновых сейсмических воздействий в расчетные сейсмические нагрузки и анализ динамической реакции пространственных конструкций на эти нагрузки линейно-спектральным методом.

Степень разработанности темы исследования

В диссертации рассмотрен только один аспект волновой теории сейсмостойкости: динамический анализ реакции пространственных конструкций на волновое сейсмическое воздействие. Вопросы взаимодействия сооружения с грунтовым основанием и инициации сейсмическими волнами волновых процессов в конструкциях не затрагиваются. Поскольку основным инженерным методом сейсмического расчета является ЛСМ, в качестве объектов исследования рассмотрены физически и геометрически-линейные модели конструкций. Эти ограничения не являются слишком жесткими, так как ЛСМ в обобщенной форме может применяться и к моделям, уже поврежденным в ходе землетрясения.

Цели и задачи диссертационной работы

Цель настоящей диссертации - расширение понятий, подходов и методов прикладной теории сейсмостойкости строительных конструкций на область волновых сейсмических воздействий.

Задачи диссертационной работы заключаются в разработке и апробации усовершенствованных подходов и методов сейсмического расчета строительных конструкций:

- формулировка методических основ и общего алгоритма современного сейсмического расчета пространственных моделей конструкций и пространственных волновых воздействий, включающая: определение модели движения грунта; получение расчетных параметров волнового воздействия; составление уравнений относительного движения для интегральной и дифференцированной моделей грунтового движения; решение уравнений движения в частотной и временной областях; получение параметров динамической реакции строительных конструкций на волновые сейсмические воздействия;
- разработка обобщенной формы линейно-спектрального метода для определения перемещений и внутренних усилий в элементах конструкций, применимого как для интегрального, так и для дифференцированного сейсмического движения;

а также в исследовании сопутствующих проблем:

- моделирование пространственно-временных волновых полей движения грунта в виде волн Рэлея и Лява, соответствующих заданным акселерограммам и грунтовым условиям; вывод формул для сейсмических ротаций от волн Рэлея и Лява;
- влияние ротационного движения грунта на динамическую реакцию конструкций;
- изменчивость сейсмического движения грунта, анализ спектрального состава пространственного сейсмического воздействия и получение состоятельной оценки спектральной плотности ускорения грунта;

- фильтрация коротких сейсмических волн жесткими фундаментами;
- проблема предельных состояний при сейсмических расчетах.

Научная новизна

Научная новизна диссертационной работы состоит в получении автором следующих результатов:

1. Разработана форма линейно-спектрального метода расчета строительных конструкций на сейсмостойкость, обобщенного на случаи интегральной и дифференцированной моделей сейсмического движения грунта. Получены компактные формулы для параметров динамической реакции (модальных перемещений и внутренних усилий), подходящие для интегрального и дифференцированного сейсмического движения, для диагональной и недиагональной матрицы инерции, для решения с учетом и без учета угловых движений грунта.
2. Получены формулы для модальных опорных реакций и для модального отклика конструкции на отдельные компоненты сейсмического движения для интегральной и дифференцированной моделей сейсмического движения грунта.
3. Описаны способы формирования сейсмических нагрузок в уравнениях относительного движения систем со многими степенями свободы при наличии поступательного и углового сейсмического движения грунта для интегральной и дифференцированной моделей.
4. Разработан метод моделирования пространственно-временного поля поверхностных волн Лява и Рэлея, включая ротационные компоненты, по акселерограмме, заданной в одной точке упругого грунтового основания. Представлены алгоритмы и программные коды в ПК Matlab.
5. Получены оценки влияния ротационного движения грунта на динамическую реакцию строительных конструкций для интегральной и дифференцированной моделей движения грунта. Приведены результаты численного моделирования в ПК Matlab и ПК STARKON.
6. Описан метод получения состоятельной оценки спектральной плотности сейсмического ускорения грунта, необходимой для расчета динамических коэффициентов и анализа пространственного изменения спектрального состава сейсмического движения с помощью сглаженной функции пространственной когерентности. Представлены алгоритмы и программные коды в ПК Matlab.
7. Исследовано явление изменчивости сейсмического движения грунта, обусловленное пространственным изменением спектральных свойств воздействия из-за рассеяния в грунте. Приведены оценки экспериментальных данных, полученных на зарубежных полигонах; сделаны практические выводы для прикладных расчетов.
8. Представлен анализ проблемы фильтрации коротких сейсмических волн жесткими фундаментами, основанный на результатах зарубежных натуральных экспериментов.
9. Исследована проблема предельных состояний конструкций при интенсивных землетрясениях; проанализированы отечественные и зарубежные подходы к описанию моделей и уровней предельных состояний.

Теоретическая и практическая значимость диссертационной работы



Рисунок 3. Проект гостиничного комплекса. Расчет на интегральную дилатационно-ротационную модель воздействия выполнен в ЛАИПС ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко

Научные результаты в виде обоснованных расчетных методик могут быть использованы в нормативных документах нового поколения и методических руководствах по сейсмическим расчетам в строительной отрасли.

Результаты диссертационной работы были применены сотрудниками ЛАИПС ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко при научном сопровождении и расчетах уникальных строительных объектов: многофункционального гостиничного комплекса 5 звезд Ойстер Гранд отель энд СПА в станице Благовещенской, г. Анапа (Рисунок 3); проекта Российского Международного Олимпийского Университета и Многофункционального гостинично-рекреационного комплекса в г. Сочи, проекта нового терминала Аэропорта в г. Симферополь и других объектов, расположенных в сейсмических зонах. Результаты диссертационной работы были использованы сотрудниками ООО «Еврософт» (г. Москва) при разработке специализированного отечественного программного обеспечения для расчетов строительных конструкций на волновые сейсмические воздействия – конечно-элементного программного комплекса STARKON и программного модуля Одиссей для определения расчетных параметров волнового сейсмического воздействия.

Методология и методы исследования

Настоящая диссертация продолжает тему расчетных моделей волновых сейсмических воздействий и методов оценки динамической реакции строительных конструкций научной школы ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко.

За отправную точку при работе над диссертацией были взяты труды Н.А. Николаенко, И.И. Гольденבלата, С.В. Полякова, Н. Ньюмарка, А.Ф. Смирнова, А.П. Синицына, В.Т. Рассказовского, Р.Клафа, Дж. Пензиена, Э.Е. Хачияна, Ю.П. Назарова. В них представлены как общие подходы к решению задач строительной механики (в том числе теории сейсмостойкости), так и затронуты проблемы волнового сейсмического анализа: разработка моделей сейсмического движения грунта, моделирование и анализ сейсмических воздействий, получение расчетных параметров сейсмических воздействий для инженерного расчета, выводы уравнений движения для различных типов конструкций и подходы к их решению и т.д. Эти труды можно рассматривать как базовые по расчетам на сейсмостойкость. Многие затронутые проблемы носят постановочный характер и задают направления для дальнейших научно-исследовательских работ. Так, настоящая диссертационная работа продолжает тему моделирования пространственно-временных волновых полей движения грунта, исследованную Ю.П. Назаровым, описанием способа моделирования полей волн Рэлея и Лява по заданным акселерограммам; традиционный линейно-спектральный метод, описанный в трудах А.Ф. Смирнова, Н.А. Николаенко, получил компактную форму формул для внутренних усилий, общую для

интегральной и дифференцированной моделей, для недиагональной матрицы инерции, и т.д.

Диссертация базируется на трудах по сейсмологии К. Аки, П. Ричардса, Е.Ф. Саваренского, В.И. Уломова; по механике деформируемого твердого тела, теории упругости и теории волн - на трудах Ю.П. Работнова и В. Новацкого; по спектральным методам - на работах С.Л. Марпла, Ю.И. Грибанова и В.Г. Романовского; по статистической динамике – на трудах В.В. Болотина.

Все ротационные акселерограммы были рассчитаны в соответствии с подходом, впервые намеченным в трудах В.Т. Рассказовского, развитым и обобщенным в работах Э.Е. Хачияна, Н.А. Николаенко и Ю.П. Назарова. Этот подход базируется на обобщенной волновой модели как способа представления сейсмического воздействия в виде пространственной композиции из любых объемных и поверхностных волн. Ротационные акселерограммы от комбинации S-и P-волн вычислялись по точным аналитическим соотношениям, полученным Ю.П. Назаровым на основе обобщенной волновой модели. В настоящей работе были применены способ описания кинематических параметров пространственно-временных полей сейсмического движения, интенсивности и коэффициентов динамичности дифференцированного сейсмического движения, предложенный Ю.П. Назаровым.

При изучении вопросов, связанных с анализом экспериментальных данных, были использованы преимущественно исследования зарубежных специалистов: труды по пространственной изменчивости сейсмического движения Н.А. Абрахамсона, А. Зервы и В. Зерваса, Т.Д. Анчеты, Дж.Ф. Шнайдера; описание эксперимента по оценке динамической реакции поврежденных конструкций М.Д. Трифунака, С.С. Ивановича и М.И. Тодоровской; анализ уровней предельных состояний строительных конструкций был проведен по зарубежным стандартам (Eurocode 8: Design of Structures for Earthquake Resistance. Part 1: General Seismic Actions and Rules for Buildings, Eurocode 8 Part 3. Assessment and retrofitting of buildings, ATC-40, Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings и другие).

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся:

- 1) обзор основных положений и методов волновой теории сейсмостойкости строительных конструкций, включая описание и выбор расчетных моделей сейсмического движения грунта, задание сейсмического воздействия для интегральной и дифференцированной моделей;
- 2) метод формирования пространственно-временных полей сейсмического движения от волн Рэлея и Лява по заданным акселерограммам.
- 3) теория обобщенного линейно-спектрального метода для случаев интегрального и дифференцированного сейсмического движения;

Степень достоверности и апробация результатов

Достоверность результатов диссертационной работы подтверждена:

- применением базовых основ, гипотез, методов и подходов, принятых в ведущих и мировых научных школах;

- многочисленными проверочными расчетами на простых моделях в ПК MatLab и на многомерных цифровых моделях строительных конструкций с использованием сертифицированного отечественного программного обеспечения STARKON ES;
- публикациями в рецензируемых научных изданиях, в том числе зарубежных, индексируемых в Scopus и Web Of Science;
- обсуждением тематики с ведущими специалистами на профильных конференциях.

Применение новых подходов и методов подкреплено многочисленными примерами; рассмотрены как простые механические системы с 1-6 степенями свободы, так и сложные конструкции, моделирование и расчет которых выполнен в соавторстве с сотрудниками лаборатории автоматизации исследования и проектирования сооружений (ЛАИПС) ЦНИИСК им. В.А.Кучеренко АО НИЦ «Строительство» и разработчиками специализированного программного обеспечения для строительной отрасли ООО «Еврософт».

Основные результаты диссертационной работы обсуждались на конференциях:

- 1) Назаров Ю.П., Жук Ю.Н., Позняк Е.В., Панасенко Ю.В., Курнавин В.В. Подготовка расчетных параметров интегральной модели сейсмического воздействия с помощью ПО «Еврософт Одиссей». Доклады X Российской национальной конференции по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию. 9-13.09.2013. С.90-92.
- 2) Позняк Е.В. Автоматизация инженерных расчетов на сейсмостойкость. ИНФОРИНО-2014. Международная научно-методическая конференция. Москва, 2014 г. Сборник докладов. С.263-264.
- 3) Назаров Ю.П., Жук Ю.Н., Позняк Е.В., Панасенко Ю.В., Курнавин В.В. Теория и практика расчета строительных сооружений по акселерограммам. XI Российская национальная конференция по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию. С.131-132.
- 4) Позняк Е.В., Новикова О.В. ОЦЕНКА СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ СЕЙСМИЧЕСКОГО УСКОРЕНИЯ ГРУНТА ПО ПРИРОДНЫМ АКСЕЛЕРОГРАММАМ. Труды Международной научно-практической конференции «Информатизация инженерного образования» — ИНФОРИНО-2016 (Москва, 12—13 апреля 2016 г.). — М.: Издательский дом МЭИ, 2016. — 706 с.: С. 403-406
- 5) Позняк Е.В., Новикова О.В. Модели сейсмического движения грунта в инженерных расчетах на сейсмостойкость, с.186-189. Всероссийская научно-техническая конференция «Механика и математическое моделирование в технике», посвященная 100-летию В.И. Феодосьева: сборник тезисов / Российская академия наук, Российский национальный комитет по теоретической и прикладной механике, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. -М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. -364 с.
- 6) Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк. Интегральная модель сейсмического движения грунта в современной теории сейсмостойкости. Доклад на XII Всероссийской научно-практической и учебно-методической конференции

«ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ В СОВРЕМЕННОМ СТРОИТЕЛЬСТВЕ», 31 марта 2015 года, МГСУ.

7) Назаров Ю.П., Позняк Е.В. Обобщение линейно-спектрального метода теории сейсмостойкости. Тезисы докладов XII Российской национальной конференции по сейсмостойкому строительству и сейсмическому районированию. 12-16.09.2017. С.102-104.

8) Назаров Ю.П., Позняк Е.В. Развитие линейно-спектрального метода для решения задач теории сейсмостойкости. ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ: тезисы докладов международной научной конференции, посвященной 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского / Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», Москва, 24-27 октября 2017 г.: М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2017. – 222 с. ISBN 978-5-7038-4800-5. С. 126.

9) Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк. РАСЧЕТЫ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ НА ВОЛНОВЫЕ СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ STARKON. Цифровые средства производства инженерного анализа: Сб. материалов Первой всерос. конф. с междунар. участием [Электронный ресурс]. – Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2017. ISBN 978-5-6040223-6-8. С.179-185.

2. Основное содержание диссертации

Диссертация содержит введение, четыре главы, заключение, список обозначений, список литературы, два Приложения. Объем диссертации составляет 281 страницу, включая 87 рисунков, 18 таблиц.

В первой главе рассмотрены вопросы об эволюции и направлениях развития прикладной теории сейсмостойкости, о теории современных сейсмических расчетов, обсуждаются концепция двухуровневых расчетов на проектное и максимальное расчетное землетрясение, проблема предельных состояний конструкции при сейсмическом воздействии и проектирование с заданным уровнем эксплуатационных характеристик, принятое в зарубежных нормах.

В истории теории сейсмостойкости можно выделить следующие этапы: статическая теория Ф. Омори (1900 г.), динамическая теория Н. Мононобе (1920-е годы) и К.С. Завриевым (1927 г.) и спектральная теория для систем со многими степенями свободы М.А. Био (1932 г.). В сороковые годы прошлого столетия благодаря работам А.Г. Назарова, Д. Хадсона, Дж. Алфорда, Г. Хаузнера, Р. Мартела и других ученых, начала развиваться сейсмометрия, происходило накопление сейсмологических данных, развивались инструменты и техника сбора, обработки и преобразования сейсмологической информации в спектры реакций для различных землетрясений. На основе экспериментальных данных были получены вошедшие в первые нормы стандартные спектральные кривые, отвечающие реальным землетрясениям. Динамическая теория получила дальнейшее развитие в СССР в 30-50-е годы в трудах И.Л. Корчинского, автора формулы для расчетной сейсмической нагрузки для многомерной консольной модели по первой собственной форме. Формулы И.Л. Корчинского стали базовыми для расчета сейсмической нагрузки в СП-8-57 «Нормы и правила строительства в сейсмических районах» (1957

г.). В 1981 году был принят новый прогрессивный СНиП II-7-81* Строительство в сейсмических районах, разработанный специалистами ведущих научных и проектных организаций под руководством С.В. Полякова. В этом документе был предусмотрен учет уже не одной, а нескольких форм колебаний консольной модели; величины сейсмических сил корректировались набором коэффициентов, учитывающих снижение сейсмических сил за счет работы конструкций за пределами упругости (коэффициент допускаемых повреждений K_1), особенности конструктивного решения (коэффициент K_2), малое демпфирование некоторых конструкций (коэффициент K_ψ). Спектральная теория оказалась значительно проще прямого определения решения в пространстве времени с помощью интеграла Дюамеля и вместе с тем давала надежные результаты.

С 50-х годов прошлого века стал активно развиваться вероятностный подход к решению задач сейсмостойкости. Благодаря работам В.В. Болотина, М.Ф. Барштейна, И.И. Гольденבלата, Н.А. Николаенко, А.Р. Ржаницына, Ш.Г. Напетваридзе, Г.Н. Карцивадзе, А.П. Сеницына, Я.М. Айзенберга и многих других ученых, задачи сейсмостойкости сооружений начали решать методами теории случайных процессов и статистической динамики. В работах основоположников направления В.В. Болотина и М.Ф. Барштейна рассматривались случайные процессы на входе (сейсмическое воздействие) и на выходе (параметры динамической реакции) линейной стационарной системы, была найдена связь вероятностных характеристик этих процессов, определены выражения для спектральных плотностей и коэффициентов динамичности. В настоящее время вероятностные подходы играют вспомогательную роль; их применение ограничено принципиальным отсутствием ансамбля реализаций сильных землетрясений, и, следовательно, надежных исходных данных в виде вероятностных распределений.

Вопросы нелинейного сопротивления конструкции интенсивным сейсмическим воздействиям и возникающих при этом нелинейных эффектов были изучены в работах В.В. Болотина, И.И. Гольденבלата, Н.А. Николаенко, А.Ф. Смирнова, А.Г. Назарова, Н.Н. Шапошникова, Б.Г. Коренева, А.П. Сеницына, Ю.П. Назарова, Э.Е. Хачияна, Ш.Г. Напетваридзе, Л.Ш. Килимника, Я.М. Айзенберга, А.М. Уздина, Ю.Т. Чернова, А.Г. Тяпина, А.М. Белостоцкого, О.В. Мкртычева, Г.А. Джинчвелашвили и многих других. При сильных землетрясениях происходит развитие пластических зон, рост трещин, частичное или полное нарушение некоторых связей, что приводит к перестройке структуры конструкции и снижению её жесткости. При больших угловых перемещениях из-за изменившейся геометрии перераспределяются внутренние усилия. Нелинейности такого рода характерны и для статического, и для динамического нагружения, но в динамике нелинейные системы проявляют и другие специфические качества. Вследствие нелинейных перекрестных связей между обобщенными координатами и невыполнения принципа суперпозиции появляются дробные, кратные и комбинационные резонансы, когда рост амплитуды колебаний происходит при различных соотношениях собственных частот и частот возбуждения. Решение задачи об установившихся вынужденных колебаниях становится неоднозначным и зависит от истории нагружения. Проблемы учета нелинейных эффектов при статических и динамических нагрузках изучает нелинейная теория сейсмостойкости.

С 60-70-х годов прошлого века начало развиваться волновое направление теории сейсмостойкости. Исследования в этом направлении одновременно проводили специалисты следующих крупных научных школ СССР, а позже СНГ: К.С. Завриева в Грузии, В.Т. Рассказовского в Узбекистане, Э.Е. Хачияна в Армении, ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко в Москве (в лице наиболее ярких представителей - И.И. Гольденבלата, Н.А. Николаенко, С.В. Полякова, Ю.П. Назарова); следует отметить труды А.П. Сеницына, В.А. Ильичева, А.Г. Тяпина и многих других. Все работы опираются на решения классических задач о распространении волн в упругой среде и аппарат волновой механики. Эти решения были применены в теории сейсмостойкости для оценки динамического поведения конструкций при прохождении волны под фундаментом, для моделирования распространения сейсмических волн в слоистом пространстве, для описания динамического взаимодействия сооружений с основанием и других задач.

За рубежом волновое направление развивали Н. Ньюмарк, В. Ли, Дж. Луко, Х. Шибата, активно продолжают публиковать свои труды М. Трифунак, М. Тодоровска, Н. Орбович и многие другие. Изучение проблемы сейсмических ротаций началось в 1969 году с работы Н. Ньюмарка, предложившего соотношения, связывающие компоненты вращательного и поступательного движения грунта. В настоящее время за рубежом расчеты с учетом ротационного движения проводятся в основном с использованием синтезированных акселерограмм ротационных компонент, полученных по методике В. Ли, Дж. Луко и М. Трифунака.

Во второй главе диссертации описаны принципы моделирования, анализа и получения расчетных параметров сейсмического воздействия. Вводятся понятия пространственного вектора сейсмического воздействия, в общем случае состоящего из линейных и угловых компонент; доминирующих длин волн сейсмического воздействия и функции нормированной интенсивности; моделей сейсмического движения грунта.

Описаны и исследованы:

- метод определения ротационных компонент сейсмического движения по записям поступательного движения грунта;
- метод определения редуцирующих коэффициентов (χ -коэффициентов) сейсмической интенсивности для зданий и сооружений на абсолютно жестких фундаментах (учет фильтрующих свойств жестких фундаментов), проведено сопоставление с результатами зарубежных натурных исследований;
- метод получения состоятельной оценки спектральной плотности сейсмического ускорения грунта и функции когерентности на основе спектральных окон и метода П. Уэлча; исследована функция когерентности Н. Абрахамсона для оценки пространственной изменчивости сейсмического движения грунта; разработаны алгоритмы и программные коды в ПК Matlab для определения состоятельной оценки спектральной плотности и функции когерентности.
- впервые разработаны и представлены в виде алгоритмов и программных кодов в ПК Matlab методы моделирования пространственно-временных полей кинематических параметров поверхностных волн Рэлея и Лява по заданным акселерограммам.

Векторы сейсмического воздействия задают сейсмическое воздействие при интегральной модели движения грунта. Эти векторы получаются в результате осреднения

волнового поля сейсмических перемещений под фундаментом здания. Движение фундамента как жесткого целого описывается векторами поступательного и углового (ротационного) перемещений \mathbf{X}_0 , \mathbf{a}_0 , скоростей $\dot{\mathbf{X}}_0$, $\dot{\mathbf{a}}_0$ и ускорений $\ddot{\mathbf{X}}_0$, $\ddot{\mathbf{a}}_0$:

$$\begin{aligned}\mathbf{X}_0(t) &= (X_{10} \quad X_{20} \quad X_{30})^T, & \mathbf{a}_0(t) &= (\alpha_{10} \quad \alpha_{20} \quad \alpha_{30})^T, \\ \dot{\mathbf{X}}_0(t) &= (\dot{X}_{10} \quad \dot{X}_{20} \quad \dot{X}_{30})^T, & \dot{\mathbf{a}}_0(t) &= (\dot{\alpha}_{10} \quad \dot{\alpha}_{20} \quad \dot{\alpha}_{30})^T, \\ \ddot{\mathbf{X}}_0(t) &= (\ddot{X}_{10} \quad \ddot{X}_{20} \quad \ddot{X}_{30})^T, & \ddot{\mathbf{a}}_0(t) &= (\ddot{\alpha}_{10} \quad \ddot{\alpha}_{20} \quad \ddot{\alpha}_{30})^T.\end{aligned}\quad (1)$$

Векторы (1) составляют единый вектор ускорений сейсмического воздействия

$$\ddot{\mathbf{q}}_0(t) = (\ddot{\mathbf{X}}_0 \quad \ddot{\mathbf{a}}_0)^T = (\ddot{X}_{10} \quad \ddot{X}_{20} \quad \ddot{X}_{30} \quad \ddot{\alpha}_{10} \quad \ddot{\alpha}_{20} \quad \ddot{\alpha}_{30})^T, \quad (2)$$

где $\ddot{X}_{i0}(t)$ - линейные ускорения основания вдоль i -го направления, $\ddot{\alpha}_{i0}(t)$ - угловые ускорения относительно i -ой оси ($i=1, 2, 3$). Векторы (1) и (2) имеют начало в центре приведения (осреднения) O , для определенности за точку O принимают начало координат основных (глобальных) осей конструкции $O123$.

Модули векторов поступательного и углового движения равны:

$$|\ddot{\mathbf{X}}_0| = \sqrt{\ddot{X}_{10}^2 + \ddot{X}_{20}^2 + \ddot{X}_{30}^2}, \quad (3)$$

$$|\ddot{\mathbf{a}}_0| = \sqrt{\ddot{\alpha}_{10}^2 + \ddot{\alpha}_{20}^2 + \ddot{\alpha}_{30}^2} \quad (4)$$

являются положительными функциями времени, инвариантными относительно ориентации системы координат, и определяют интенсивности поступательного и ротационного движения. Направляющие косинусы векторов $\ddot{\mathbf{X}}_0$ и $\ddot{\mathbf{a}}_0$

$$v_{1X} = \frac{\ddot{X}_{10}}{|\ddot{\mathbf{X}}_0|}, \quad v_{2X} = \frac{\ddot{X}_{20}}{|\ddot{\mathbf{X}}_0|}, \quad v_{3X} = \frac{\ddot{X}_{30}}{|\ddot{\mathbf{X}}_0|}, \quad v_{1\alpha} = \frac{\ddot{\alpha}_{10}}{|\ddot{\mathbf{a}}_0|}, \quad v_{2\alpha} = \frac{\ddot{\alpha}_{20}}{|\ddot{\mathbf{a}}_0|}, \quad v_{3\alpha} = \frac{\ddot{\alpha}_{30}}{|\ddot{\mathbf{a}}_0|},$$

объединяются в векторы направляющих косинусов поступательного и ротационного движения

$$\mathbf{v}_X(t) = (v_{1X} \quad v_{2X} \quad v_{3X})^T, \quad \mathbf{v}_\alpha(t) = (v_{1\alpha} \quad v_{2\alpha} \quad v_{3\alpha})^T. \quad (5)$$

В детерминированных расчетах по трехкомпонентным акселерограммам интенсивность сейсмического воздействия определяется как максимальное значение модуля вектора поступательного ускорения грунта (3):

$$I_X = \max |\ddot{\mathbf{X}}_0|. \quad (6)$$

Значение интенсивности (6) не должно приниматься меньше нормативного значения ускорения грунта. Если расчет по акселерограммам проводится в вероятностной постановке, то интенсивность сейсмического воздействия оценивают как сумму математического ожидания $\langle |\ddot{\mathbf{X}}_0| \rangle$ и стандартного отклонения модуля вектора ускорения поступательного движения $\sigma_{|\ddot{\mathbf{X}}_0|}$: $I_X = \langle |\ddot{\mathbf{X}}_0| \rangle + \sigma_{|\ddot{\mathbf{X}}_0|}$.

Интенсивность ротационного движения при детерминированном анализе есть максимальное значение модуля вектора ротаций

$$I_\alpha = \max |\ddot{\mathbf{a}}_0|. \quad (7)$$

Относительная интенсивность ротационного движения w вводится в виде отношения максимального значения модуля вектора ротационного движения (4) к величине I_X :

$$w = \max |\ddot{\mathbf{a}}_0| / I_X, \quad (8)$$

тогда интенсивность ротационного движения выражается через интенсивность поступательного:

$$I_\alpha = \max |\ddot{\mathbf{a}}_0| = w I_X. \quad (9)$$

При отсутствии данных о прогнозируемом землетрясении значение w принимается равным $2 \cdot 10^{-2}$, $6 \cdot 10^{-2}$, $9 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$ для грунта I категории ($c_2 \geq 500 \text{ м/с}$), II ($c_2 = 200 \text{ м/с}$) и III ($c_2 \leq 50 \text{ м/с}$) категории соответственно. Эти оценки получены Ю.П. Назаровым по результатам анализа ротационных акселерограмм движения, сгенерированных по природным записям с учетом различных грунтовых условий.

Интенсивность ротационного движения в вероятностных расчетах оценивают как сумму среднего значения модуля вектора углового ускорения $\langle |\ddot{\mathbf{a}}_0| \rangle$ и его стандартного отклонения $\sigma_{|\ddot{\mathbf{a}}_0|}$: $I_\alpha = \langle |\ddot{\mathbf{a}}_0| \rangle + \sigma_{|\ddot{\mathbf{a}}_0|}$. В вероятностном подходе относительная интенсивность углового ускорения w есть отношение интенсивностей углового и поступательного ускорений:

$$w = I_\alpha / I_X. \quad (10)$$

Векторы направляющих косинусов \mathbf{v}_X и \mathbf{v}_α объединяются в единый вектор направления сейсмического воздействия

$$\mathbf{v}(t) = (\mathbf{v}_X \quad w\mathbf{v}_\alpha)^T = (v_{1X} \quad v_{2X} \quad v_{3X} \quad wv_{1\alpha} \quad wv_{2\alpha} \quad wv_{3\alpha})^T. \quad (11)$$

Тогда вектор сейсмического ускорения грунта $\ddot{\mathbf{q}}_0(t)$ записывается в виде произведения постоянной интенсивности поступательного движения на вектор направления сейсмического воздействия $\ddot{\mathbf{q}}_0(t) = I_X \cdot \mathbf{v}(t)$.

Функция нормированной интенсивности, χ -коэффициенты и длины доминирующих волн сейсмического воздействия

Функция нормированной интенсивности вводится для анализа воздействия в частотной области и определения модели сейсмического движения. Сейсмическое движение грунта – случайный процесс, представимый при разложении в тригонометрический ряд Фурье в виде конечной совокупности p гармонических волн с частотой ω_i ($i = 1, 2, \dots, p$). Каждая из этих волн имеет длину $\lambda_i = 2\pi c / \omega_i$, где c - фазовая скорость распространения волны в грунте. Пусть \ddot{X} - случайный процесс, реализацией которого является акселерограмма поступательного движения; $\sigma_{\ddot{X}}$ - интенсивность процесса \ddot{X} , равная его стандартному отклонению; $\sigma_{\ddot{X}}(\bar{\lambda})$ - интенсивность процесса \ddot{X} , из которого удалены (отфильтрованы) все волны с длинами, меньшими $\bar{\lambda}$ (другими словами, в отфильтрованном процессе $\bar{\lambda}$ - самая короткая длина волны). Тогда нормированная интенсивность поступательного движения $\chi_1(\bar{\lambda})$ определяется как

$$\chi_1(\bar{\lambda}) = \sigma_{\ddot{X}}(\bar{\lambda}) / \sigma_{\ddot{X}}. \quad (13)$$

По определению χ_1 -функция является положительной и убывающей функцией $\bar{\lambda}$. Величина $\chi_1(\bar{\lambda})$ показывает, какая часть общей интенсивности приходится на волны с длинами, превышающими $\bar{\lambda}$. Коэффициент χ_1 равен значению нормированной функции интенсивности при $\bar{\lambda} = B$ и учитывает фильтрующие свойства очень жестких фундаментов при волновом сейсмическом воздействии и позволяет обоснованно снизить сейсмическую нагрузку (расчетная интенсивность сейсмического воздействия принимается равной $I\chi_1$). Длины доминирующих волн сейсмического воздействия λ определяются по графику нормированной интенсивности $\chi_1(\bar{\lambda})$ как диапазон значений $\bar{\lambda}$ с максимальными значениями $\chi_1(\bar{\lambda})$, близкими к единице.

Фильтрующие свойства жестких фундаментов

Применение интегральной модели при коротковолновом воздействии возможно при условии достаточной жесткости фундамента, при которой фундамент движется как недеформируемое твердое тело с 6 степенями свободы. Под таким фундаментом сейсмическая волна малой длины не даст существенного вклада в осредненное движение грунта, а значит, и в общую сейсмическую интенсивность.

Вопрос о том, какие длины волн преобладают в сейсмическом движении, решается с помощью нормированной функции интенсивности (13). Длинные волны (по сравнению с характерным размером фундамента) определяют основной вклад в движение

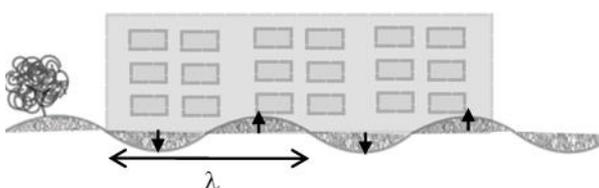


Рисунок 4. Осреднение коротковолнового движения под жестким фундаментом

конструкции, а короткие, соответствующие высоким частотам, – «отфильтровываются», а фактически гасятся, давая в среднем малые перемещения под фундаментом (Рисунок 4). В результате сейсмическая интенсивность I уменьшается, это уменьшение учитывается коэффициентом χ_1 . Однако фильтрация происходит не только за счет осреднения, но и из-за рассеяния и дифракции коротких волн под фундаментом, а

при сильных землетрясениях – и из-за пластических деформаций, особенно характерных для мягких грунтов. В диссертации проанализированы некоторые данные зарубежных исследований о натуральных экспериментах, позволяющих оценить рассеивающие свойства фундаментов.

Модели сейсмического движения грунта

Различают интегральную и дифференцированную модели сейсмического движения грунта. При интегральной модели объем грунта в основании движется вместе с фундаментом как абсолютно твердое тело с тремя поступательными и тремя ротационными степенями свободы. Такая ситуация возможна, если размеры объема грунта в основании значительно меньше длин доминирующих волн спектра сейсмического воздействия, несущих основную энергию. В пользу применения интегральной модели говорят следующие признаки объекта: твердые породы в основании, для которых характерны большие скорости распространения сейсмических волн, наличие жесткого фундамента с компактными размерами в плане.

В дифференцированной модели каждая точка основания имеет три степени свободы; эти движения задают в виде пространственного поля перемещений. Дифференцированная модель подходит для протяженных сооружений с дискретными опорами или на податливом фундаменте, на слабых грунтах.

По соотношению длин доминирующих волн λ и размеров фундамента сооружения B сейсмическое движение грунта в основании можно примерно подразделить на виды (см. также Рисунок 5):

Доминирующие волны	Вид сейсмического движения грунта в основании
длинные $\lambda > 10B$	<i>Интегральное дилатационное движение:</i> перемещения частиц грунта преимущественно линейные, сдвиги малы. Вектор сейсмического воздействия включает только акселерограммы поступательного движения.
средние $kB < \lambda < 10B$, $k = 2 \div 4$	<i>Интегральное дилатационно-ротационное движение:</i> перемещения частиц грунта линейные со сдвигами. Вектор сейсмического воздействия включает акселерограммы поступательного и ротационного движения
короткие $\lambda < kB$, $k = 2 \div 4$	<i>Дифференцированное движение:</i> перемещения частиц грунта линейные со значительными сдвигами. Возможно движение частиц грунта в противофазе. Сейсмическое воздействие задается векторным полем перемещений.

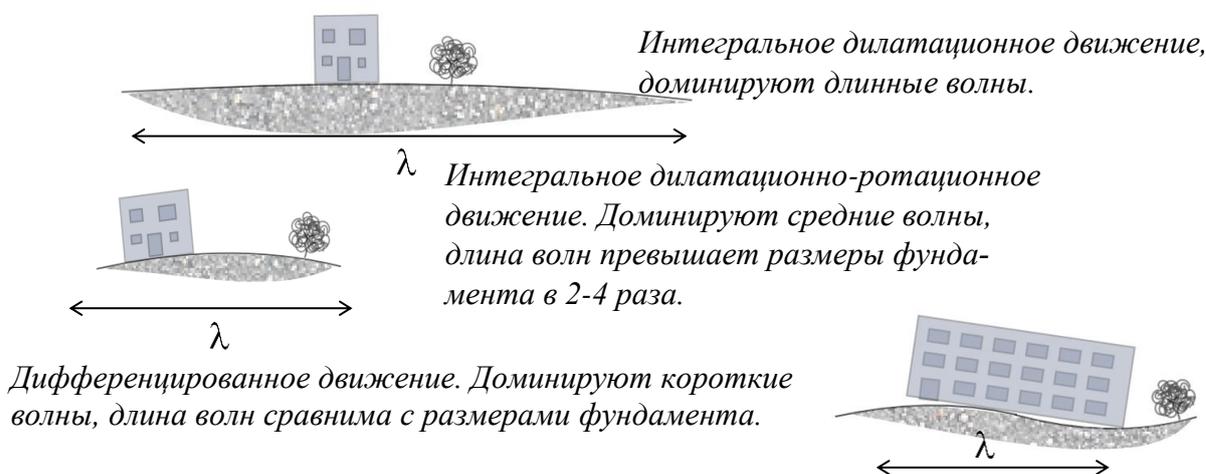


Рисунок 5. Виды сейсмического движения грунта

Ротации грунтового основания

В дифференцированной модели сейсмического движения функции поступательных перемещений грунта $X_i = X_i(x_1, x_2, x_3, t)$ в направлении $i=1, 2, 3$ задают переменное во времени пространственное векторное поле перемещений \mathbf{X} . Ротационные компоненты сейсмического движения – это углы поворота $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ некоторого малого объема грунта в окрестности точки (x_1, x_2, x_3) , а также его угловые скорости $\dot{\alpha}_1, \dot{\alpha}_2, \dot{\alpha}_3$ и ускорения $\ddot{\alpha}_1, \ddot{\alpha}_2, \ddot{\alpha}_3$ относительно локальных ортогональных осей,

$\dot{\alpha}_i = d\alpha_i/dt$, $\ddot{\alpha}_i = d^2\alpha_i/dt^2$. Углы поворота элементарного объема связаны с вектором ротора поля перемещений как $\boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{2}\text{rot}\mathbf{X}$, тогда

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X_3}{\partial x_2} - \frac{\partial X_2}{\partial x_3}\right), \quad \alpha_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X_1}{\partial x_3} - \frac{\partial X_3}{\partial x_1}\right), \quad \alpha_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial X_2}{\partial x_1} - \frac{\partial X_1}{\partial x_2}\right). \quad (14)$$

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{X}_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \dot{X}_2}{\partial x_3}\right), \quad \dot{\alpha}_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{X}_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \dot{X}_3}{\partial x_1}\right), \quad \dot{\alpha}_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{X}_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \dot{X}_1}{\partial x_2}\right). \quad (15)$$

$$\ddot{\alpha}_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \ddot{X}_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \ddot{X}_2}{\partial x_3}\right), \quad \ddot{\alpha}_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \ddot{X}_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \ddot{X}_3}{\partial x_1}\right), \quad \ddot{\alpha}_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \ddot{X}_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \ddot{X}_1}{\partial x_2}\right). \quad (16)$$

Метод расчета ротационных компонент сейсмического движения по формулам (14-16) предложен Ю.П. Назаровым для композиции Р- и S- волн. Спектральный подход и разложение волнового движения по осям в виде обобщенной волновой модели позволили получить точные аналитические соотношения, связывающие спектральные параметры поступательного и ротационного движения. Эти соотношения дают возможность провести одновременный расчет всех трех ротационных компонент, связанных и между собой, и с исходными записями поступательного движения. В настоящей диссертации композиция Р- и S- волн дополняется поверхностными волнами Рэлея и Лява.

Моделирование полей волн Рэлея

При решении задач теории сейсмостойкости для дифференцированного сейсмического движения необходимы методики моделирования пространственно-временных сейсмических полей. В ходе диссертационной работы был разработан алгоритм моделирования движения волн Рэлея по поверхности однородного упругого полупространства, если в начале координат задана акселерограмма вертикального движения грунта; получены формулы для сейсмических ротаций от волн Рэлея.

Пусть поверхностная волна Рэлея распространяется в направлении оси Ox_1 (в осях $Ox_1x_2x_3$) с угловой частотой ω и фазовой скоростью c_R . Период, длина и волновое число волны равны $T = 2\pi/\omega$, $\lambda = 2\pi c_R/\omega$ и $k = 2\pi/\lambda$. Волна Рэлея плоская; частицы грунта движутся в направлении осей Ox_1 и Ox_3 с перемещениями u_1 и u_3 , $u_2 = 0$. Задача распространения монохроматической волны Рэлея в упругом полупространстве имеет классическое решение с точностью до константы C :

$$\begin{aligned} u_1(x_1, x_3, t) &= -C \left(e^{f_1(x_3)} - Q_1 e^{f_2(x_3)} \right) \sin \varphi(x_1, t), \\ u_3(x_1, x_3, t) &= -C \left(Q_3 e^{f_1(x_3)} - Q_2 e^{f_2(x_3)} \right) \cos \varphi(x_1, t), \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{где } Q_1 = 2 \frac{\sqrt{1-\alpha^2} \sqrt{1-L^2\alpha^2}}{2-\alpha^2}, \quad Q_2 = 2 \frac{\sqrt{1-L^2\alpha^2}}{2-\alpha^2}, \quad Q_3 = \sqrt{1-L^2\alpha^2}, \quad L = \frac{c_2}{c_1}, \quad \alpha = \frac{c_R}{c_2},$$

$c_1 = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ и $c_2 = \sqrt{\mu/\rho}$ - фазовые скорости Р- и S-волн; ρ - плотность грунта, λ и μ - параметры Ламе.

Фазовая скорость волны Рэля $c_R = \alpha c_2$, где α есть решение нелинейного уравнения $(2 - \alpha^2)^2 - 4\sqrt{1 - \alpha^2}\sqrt{1 - L^2\alpha^2} = 0$, $\alpha \in [0,1]$. Поля скоростей и ускорений частиц грунта, инициированные прохождением волны Рэля, задаются выражениями:

$$\dot{u}_1(x_1, x_3, t) = -C\omega \left(e^{f_1(x_3)} - Q_1 e^{f_2(x_3)} \right) \cos \varphi(x_1, t), \quad (18)$$

$$\dot{u}_3(x_1, x_3, t) = C\omega \left(Q_3 e^{f_1(x_3)} - Q_2 e^{f_2(x_3)} \right) \sin \varphi(x_1, t),$$

$$\ddot{u}_1(x_1, x_3, t) = C\omega^2 \left(e^{f_1(x_3)} - Q_1 e^{f_2(x_3)} \right) \sin \varphi(x_1, t), \quad (19)$$

$$\ddot{u}_3(x_1, x_3, t) = C\omega^2 \left(Q_3 e^{f_1(x_3)} - Q_2 e^{f_2(x_3)} \right) \cos \varphi(x_1, t).$$

Вертикальное движение грунта в начале координат O в направлении оси Ox_3 , заданное акселерограммой $a_3(t)$, разложим в ряд Фурье по косинусам:

$$a_3(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos 2\pi(n-1)t/(2T), \quad (20)$$

где
$$A_n = \frac{1}{T} \int_{-T}^T a_3(\tau) \cos \frac{2\pi(n-1)\tau}{2T} d\tau, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

Гармоника в сумме (20) с номером n имеет угловую частоту $\omega_n = \frac{\pi}{T}(n-1)$, длину волны $\lambda_n = 2\pi c_R / \omega_n$, волновое число $k_n = 2\pi / \lambda_n$, $n=1, 2, 3, \dots$.

Представим исходную акселерограмму как функцию дискретного аргумента; пусть акселерограмма a_3 содержит N точек с шагом Δt , длительность реализации $T = (N-1)\Delta t$, $t_j = (j-1)\Delta t$, $j=1, \dots, N$. Тогда $\omega_n = \pi(n-1)/T = \pi(n-1)/[(N-1)\Delta t]$, $n=1, \dots, N$, и сумма (20) превращается в конечную

$$a_3(t_j) = \sum_{n=1}^N A_n \cos \omega_n t_j, \quad j=1, \dots, N. \quad (22)$$

Коэффициенты A_n находятся по дискретному варианту формулы (21)

$$A_n = \left[2/(N-1) \right] \sum_{j=1}^N a_3(t_j) \cos \pi(n-1)(j-1)/(N-1), \quad n=1, 2, \dots, N. \quad (23)$$

Допустим, вертикальное движение грунта является результатом прохождения пакета волн Рэля – ограниченной во времени совокупности монохроматических волн, движущихся с единой фазовой скоростью c_R . Тогда в начале отсчета O ускорение вертикального движения грунта (19) от пакета волн Рэля совпадает с заданной акселерограммой $\ddot{X}_3(t_j)$ по каждой гармонике из суммы (22). В точке O $x_1 = x_3 = 0$, $f_1(x_3) = 0$, $f_2(x_3) = 0$, $\varphi_n(t_j) = k_n c_R t_j = \omega_n t_j$, тогда $\ddot{u}_{3(n)}(t_j) = C_n \omega_n^2 (Q_3 - Q_2) \cos \omega_n t_j = A_n \cos \omega_n t_j$. Таким образом, постоянные C_n могут быть определены из начальных условий:

$$C_n = A_n / \left(\omega_n^2 (Q_3 - Q_2) \right). \quad (24)$$

В результате формулы для пространственно-временного векторного поля ускорений от пакета монохроматических волн Рэлея, формирующих заданную акселерограмму $a_3(t_j)$ вертикального движения в начале координат, имеют вид ():

$$\ddot{X}_1(x_1, x_3, t_j) = \frac{1}{Q_3 - Q_2} \sum_{n=1}^N A_n \left(e^{f_{1(n)}(x_3)} - Q_1 e^{f_{2(n)}(x_3)} \right) \sin \varphi_n(x_1, t_j), \quad n = 1, 2, 3, \dots, N \quad (25)$$

$$\ddot{X}_3(x_1, x_3, t_j) = \frac{1}{Q_3 - Q_2} \sum_{n=1}^N A_n \left(Q_3 e^{f_{1(n)}(x_3)} - Q_2 e^{f_{2(n)}(x_3)} \right) \cos \varphi_n(x_1, t_j),$$

где $Q_1 = 2 \frac{\sqrt{1-\alpha^2} \sqrt{1-L^2\alpha^2}}{2-\alpha^2}$, $Q_2 = 2 \frac{\sqrt{1-L^2\alpha^2}}{2-\alpha^2}$, $Q_3 = \sqrt{1-L^2\alpha^2}$, $L = c_2/c_1$, $\alpha = c_R/c_2$,

$$f_{1(n)}(x_3) = k_n Q_3 x_3, \quad f_{2(n)}(x_3) = k_n x_3 \sqrt{1-\alpha^2}, \quad \varphi_n(x_1, t) = k_n (c_R t - x_1) = \omega_n t - k_n x_1,$$

$\omega_n = \pi(n-1)/T$, $k_n = \omega_n/c_R$, константы A_n определяются по формуле (23).

На Рисунке 6 приведены акселерограммы $\ddot{X}_1(x_1, x_3, t_j)$ и $\ddot{X}_3(x_1, x_3, t_j)$ движения грунта от волн Рэлея, сгенерированные в точке O ($x_1 = x_3 = 0$) по акселерограмме вертикального движения землетрясения в г. Газли в 1976 г. (2048 точек, длительность 13.48 с). На Рисунках 7 и 8 показаны акселерограммы $\ddot{X}_1(x_1, x_3, t_j)$ и $\ddot{X}_3(x_1, x_3, t_j)$ на поверхности грунта ($x_3 = 0$) при различных значениях координат x_1 (координаты выбраны так, чтобы показать различные фазы волнового процесса). Акселерограммы при $x_1 = 0$ и при $x_1 = 2Tc_R$ выглядят идентично, но со сдвигом по времени в $2T$. Промежуточные стадии волнового процесса $x_1 = 0.5Tc_R$, $x_1 = Tc_R$ и $x_1 = 1.5Tc_R$ по виду довольно сильно отличаются друг от друга. Это обусловлено различным запаздыванием составляющих с разными частотами.

Угловое движение при прохождении волн Рэлея происходит только относительно оси x_2 ; ротации грунта от волны Рэлея рассчитываются по формуле (16) и равны:

$$\ddot{\alpha}_2 = \frac{1}{2(Q_3 - Q_2)} \sum_{n=1}^N A_n k_n \left(Q_2 - Q_1 \sqrt{1-\alpha^2} \right) e^{f_{2(n)}(x_3)} \sin \varphi_n(x_1, t_j).$$

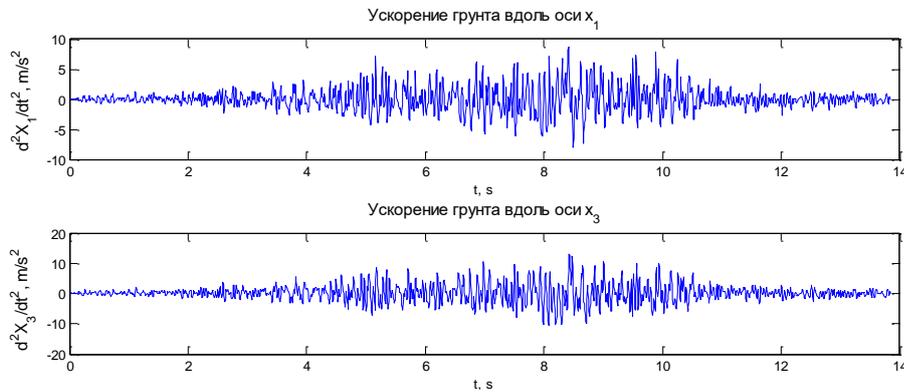


Рисунок 6. Акселерограммы $\ddot{X}_1(x_1, x_3, t_j)$ и $\ddot{X}_3(x_1, x_3, t_j)$ в т. O

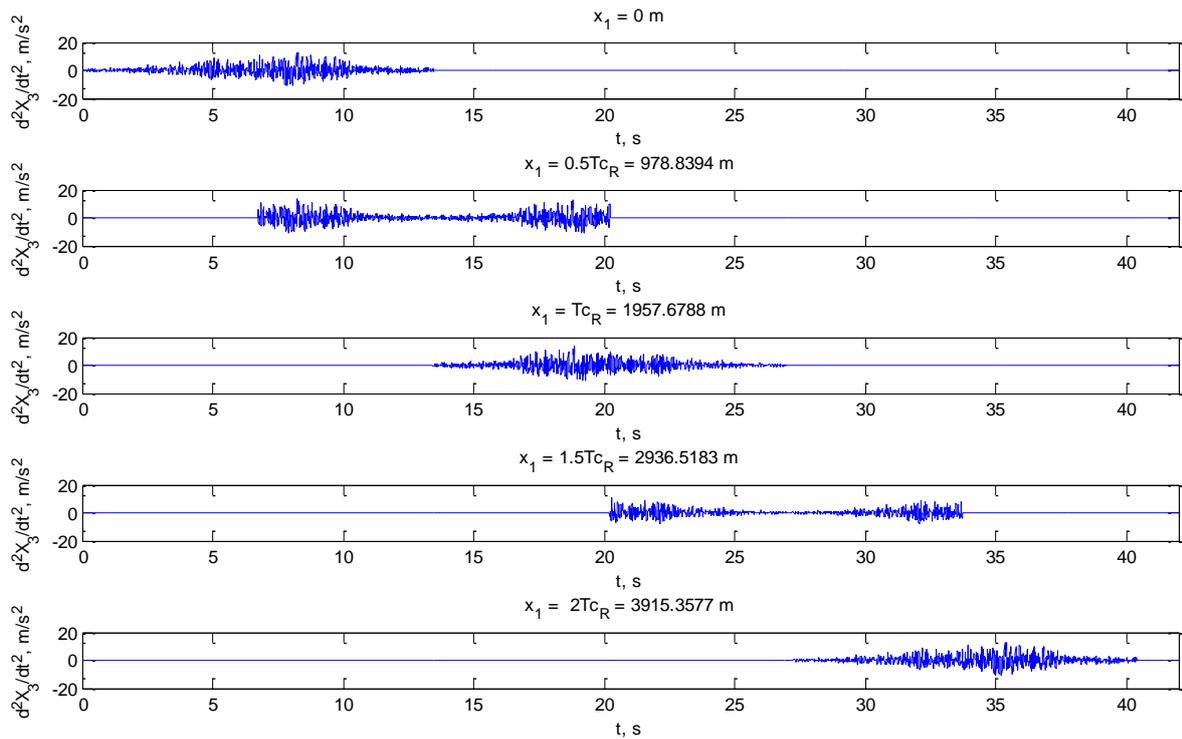


Рисунок 7. Распространение волны Рэлея. $c_R = 145.21$ м/с, вертикальное ускорение точек на поверхности грунта, длительность акселерограммы $T = 13.48$ с, время наблюдения 42 с.

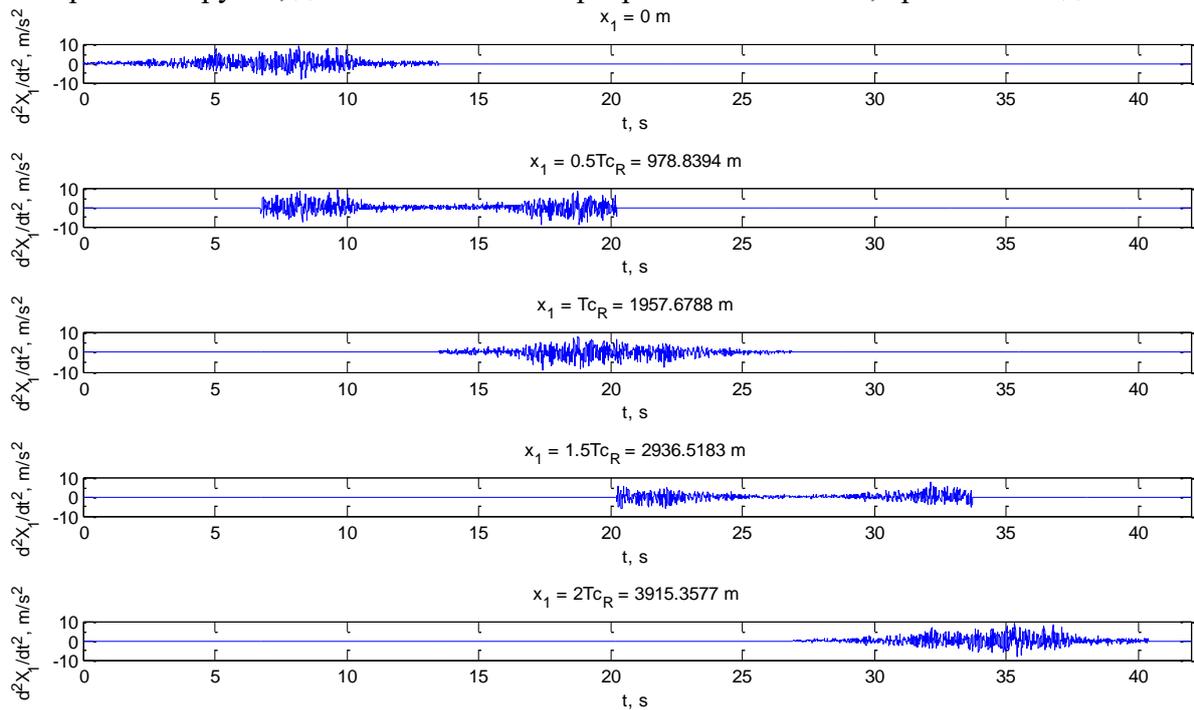


Рисунок 8. Распространение волны Рэлея. $c_R = 145.21$ м/с, горизонтальное ускорение точек на поверхности грунта длительность акселерограммы $T = 13.48$ с, время наблюдения 42 с.

Моделирование полей волн Лява

Описанный выше алгоритм применяется и для моделирования процесса распространения поверхностных волн Лява. Причины возникновения и механизм распространения волн Лява хорошо изучены для случая монохроматических волн. Ниже приведено

краткое решение задачи построения полей волн Лява по акселерограмме, заданной в одной точке поля.

Рассмотрим двухслойное полупространство, состоящее из жесткого подстилающего полупространства и более мягкого верхнего слоя высотой H . Обозначим E^* , G^* , ν^* , ρ^* - модули упругости и сдвига, коэффициент Пуассона и плотность нижнего полупространства; E , G , ν , ρ - модули упругости и сдвига, коэффициент Пуассона и плотность верхнего слоя, H - высота слоя.

Фазовая скорость c_2 объемных S-волн, распространяющихся в упругой среде, равна $c_2 = \sqrt{G/\rho}$. А.Е. Ляв показал, что, если поверхностный слой имеет меньшую жесткость по сравнению с подстилающим полупространством, в нем могут возникать поверхностные волны, вызывающие сдвиг в горизонтальном направлении, перпендикулярном направлению фронта волны.

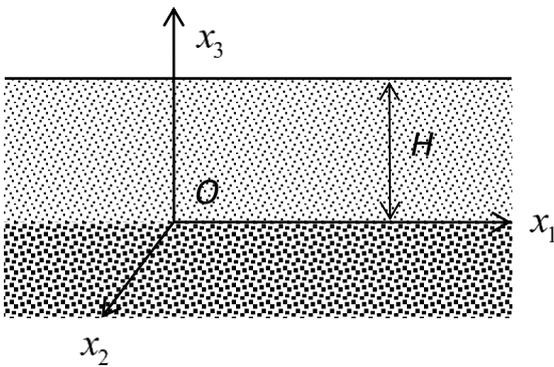


Рисунок 9. Координаты в двухслойном пространстве

Волновое движение будем описывать в осях $Ox_1x_2x_3$ (Рисунок 9). Допустим, одиночная гармоническая волна Лява распространяется в направлении оси Ox_1 с угловой частотой ω и фазовой скоростью c_L с периодом, длиной и волновым числом $T = 2\pi/\omega$, $\lambda = 2\pi c_L/\omega$ и $k = 2\pi/\lambda$. Под действием волны Лява происходят горизонтальные смещения частиц грунта u_2 в направлении

Ox_2 . Волновое уравнение такой волны имеет вид:

$$\frac{\partial^2 X_2(x_1, x_3, t)}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 X_2(x_1, x_3, t)}{\partial x_3^2} = \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 X_2(x_1, x_3, t)}{\partial t^2}.$$

Для одиночной гармонической волны Лява в верхнем слое ($0 \leq x_3 \leq H$) решение известно:

$$X_2(x_1, x_3, t) = (A \sin(k\beta x_3) + B \cos(k\beta x_3)) \exp(-ik(c_L t - x_1)), \quad (26)$$

в подстилающем полупространстве ($-\infty \leq x_3 \leq 0$)

$$X_2^*(x_1, x_3, t) = C \exp(k\beta^* x_3) \exp(-ik(c_L t - x_1)), \quad (27)$$

где c_L - фазовая скорость волны Лява, $k = \omega/c_L$ - волновое число,

$$\beta^2 = (c_L/c_2)^2 - 1, \quad (\beta^*)^2 = 1 - (c_L/c_2^*)^2. \quad (28)$$

Так как β и β^* действительные числа, фазовая скорость c_L ограничена: $c_2 \leq c_L \leq c_2^*$. Функции (27) и (28) должны удовлетворять граничным условиям, откуда следует дисперсионное уравнение, корни которого определяют скорость волны Лява:

$$(G^* \beta^*) / (G \beta) \cos(k\beta H) - \sin(k\beta H) = 0. \quad (29)$$

Из граничных условий следует, что функции (34), (35) зависят от одной постоянной C : $X_2(x_1, x_3, t) = C(\cos(k\beta x_3) + \tan(k\beta x_3)\sin(k\beta x_3))\exp(-ik(c_L t - x_1))$,

$$X_2^*(x_1, x_3, t) = C \exp(k\beta^* x_3) \exp(-ik(c_L t - x_1)),$$

Ускорения частиц грунта: для верхнего слоя ($0 \leq x_3 \leq H$)

$$\ddot{X}_2(x_1, x_3, t) = Ck^2 c_L^2 (\cos(k\beta x_3) + \tan(k\beta x_3)\sin(k\beta x_3))\exp(-ik(c_L t - x_1)), \quad (30)$$

для подстилающего полупространства ($-\infty \leq x_3 \leq 0$)

$$\ddot{X}_2^*(x_1, x_3, t) = Ck^2 c_L^2 \exp(k\beta^* x_3) \exp(-ik(c_L t - x_1)). \quad (31)$$

Константа C определяется из дополнительных граничных условий. Как видно из (30) и (31), волны Лява не меняют свою амплитуду по высоте поверхностного слоя, а в полупространстве затухают, так как $k\beta^* x_3 < 0$.

Фазовая скорость волны Лява c_L равна решению дисперсионного уравнения (29) и зависит как от свойств упругих сред, так и от волнового числа $k = \omega/c_L$. Дисперсионное уравнение может иметь несколько действительных корней в зависимости от толщины верхнего слоя H , частоты ω , механических характеристик слоев грунта. На одной частоте может существовать несколько монохроматических волн (по числу корней уравнения (36)) с различными скоростями распространения. Первому корню соответствует волна первого порядка (или номера), второму – второго порядка, и т.д. Часто волной Лява считают только волну первого порядка.

Исследование дисперсионного уравнения выявило следующие свойства на отрезке $c_2 \leq c_L \leq c_2^*$ (что соответствует $k\beta(c_2)H < k\beta(c_L)H \leq k\beta(c_2^*)H$):

1) имеется одна особая точка при $c_L = c_2$ $k\beta(c_2)H = 0$, здесь $k\beta^* H$ достигает максимального значения;

2) при $c_L = c_2^*$ $k\beta^* H = 0$;

3) $D(k\beta H) = (G^*\beta^*)/(G\beta)\cos(k\beta H) - \sin(k\beta H)$ - убывающая функция, так как при $k\beta H \rightarrow k\beta(c_2^*)H$ функция $(G^*\beta^*)/(G\beta)$ убывает;

4) при $c_2^* \gg c_2$ решение вблизи c_2 в основном определяется первым членом уравнения (29), так как $(G^*\beta^*)/(G\beta) \gg 1$; вблизи c_2^* решение определяют оба члена уравнения (29).

На основании свойства 4) удалось найти начальные приближения к корням и максимально возможное количество корней дисперсионного уравнения. Начальное приближение $c_L^{(n+1)}$ к $(n+1)$ корню при условии, что $\cos(k\beta(c_L)H) = 0$, равно

$k\beta(c_L)H = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $0 \leq n \leq n_r$, откуда

$$c_L^{(n+1)} = c_2 \omega H / \sqrt{\omega^2 H^2 - c_2^2 (\pi/2 + \pi n)^2}. \quad (32)$$

Это приближение будет тем точнее, чем ближе корень к c_2 . Примерное количество корней уравнения (29) можно определить из условия $k\beta(c_2^*)H = \pi/2 + \pi n_r$. Максимально возможное количество корней дисперсионного уравнения равно

$$n_r = \left\lceil \frac{\omega H}{\pi c_2^*} \sqrt{\left(\frac{c_2^*}{c_2}\right)^2 - 1} - \frac{1}{2} \right\rceil + 1, \quad (33)$$

где $\lceil n \rceil$ - округление в большую сторону числа n . Значение n_r равно числу полуволен косинуса, входящего в $D(k\beta H)$. Так как в конце интервала возрастает роль второго слагаемого в уравнении (29), корней может быть больше, чем получается по выражению в скобках в (33). Анализ функции $D(k\beta H)$ показал, что может появиться один дополнительный корень, близкий к $k\beta(c_2^*)H$, поэтому в (33) добавлена единица. Таким образом, формула (33) дает оценку сверху для количества корней.

Исследование корней дисперсионного уравнения показало, что с увеличением частоты и с ростом толщины слоя увеличивается количество корней уравнения (29). Интересно, что, если толщина слоя H очень велика, в композиции волн Лява преобладают волны со скоростями, близкими к c_2 . На скорость волн в тонком слое, очевидно, в большей степени влияют свойства упругого полупространства; это особенно заметно для низких частот. Отметим, что при описанных условиях в слое толщиной до 20 м дисперсионное уравнение не имеет корней, и волны Лява не возникают.

При решении прикладных задач для сокращения времени вычислений желательно отфильтровать несущественные компоненты воздействия, не несущие большой опасности для сооружений, например, короткие волны (по сравнению с типичным размером фундамента). Кроме того, сама конструкция является «фильтром», усиливающим те спектральные компоненты воздействия (особенно на низких частотах), которые близки или совпадают с её собственными частотами. Поэтому высокочастотные составляющие из спектра воздействия можно удалить, проведя их фильтрацию. Можно отфильтровать и те низкочастотные компоненты воздействия, при которых волны Лява не возникают. Из (32) следует, что для существования волны Лява по меньшей мере необходимо, чтобы $\omega > c_2\pi/H$; для $c_2=92.87$ м/с и $H=20$ м эта граничная частота равна 7.29 рад/с. На Рисунке 10 показаны исходная и отфильтрованная акселерограммы Газлийского землетрясения (14 мая 1976 г., направление E-W), в которой оставлены составляющие с частотами $7.29 \leq \omega \leq 15$ (рад/с). Характеристики исходной записи: длительность 13.4815 с, 2048 точек, время отсчета 0.006586 с, полный частотный диапазон $0.233 \leq \omega \leq 477$ рад/с.

В прикладных задачах целесообразно рассматривать только самую «медленную» волну Лява первого порядка, которая имеет ту же спектральную амплитуду, что и воздействие на заданной частоте. Алгоритм моделирования пространственно-временного поля волн Лява первого порядка не отличается от алгоритма для волн Рэлея, кроме предварительного определения фазовой скорости волны Лява для каждой частоты.

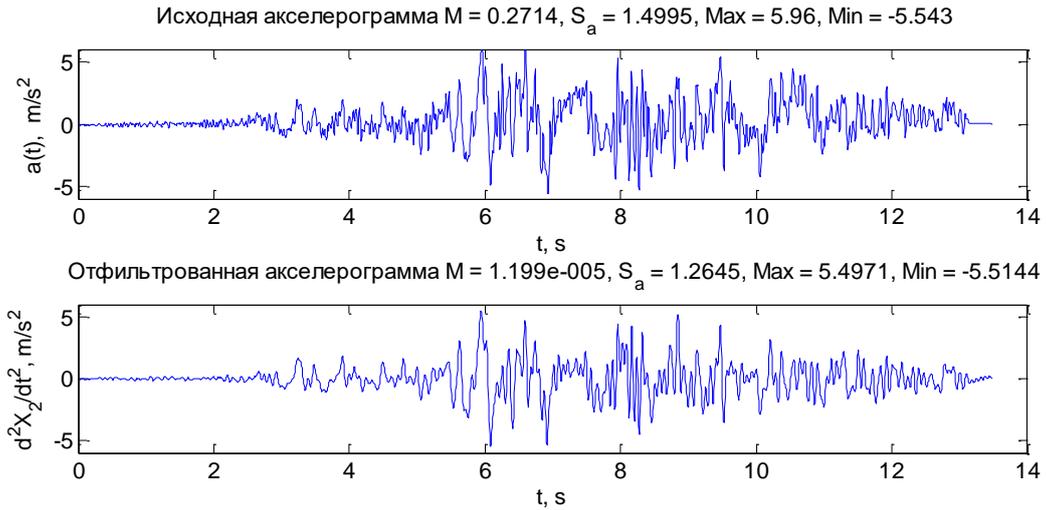


Рисунок 10. Акселерограмма до и после фильтрации (над графиками указаны среднее значение, стандартное отклонение, максимальное и минимальные значения)

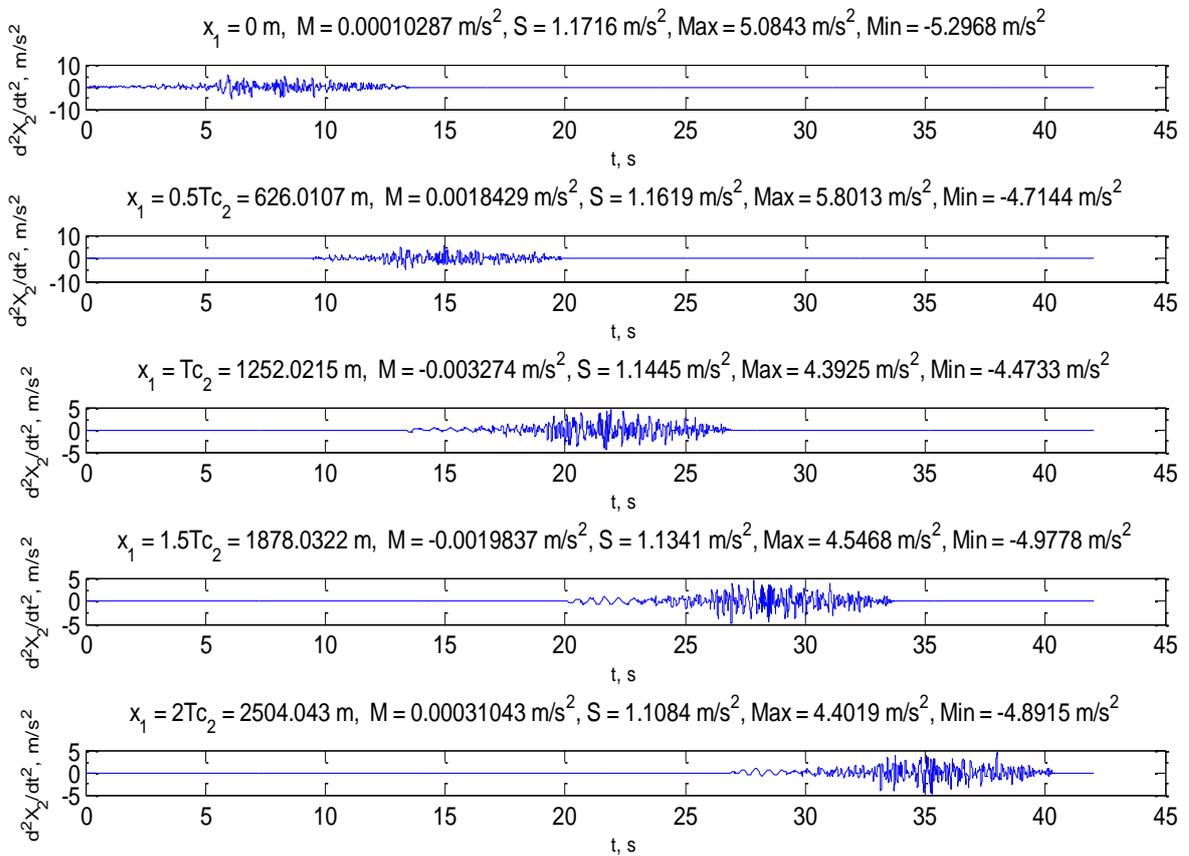


Рисунок 11. Движущаяся волна Лява (на поверхности).

Если частоте ω_n воздействия соответствует спектральная амплитуда A_n , то постоянная

$$C_n \text{ в (30) и (31) равна } C_n = A_n / \left(k_n^2 c_{L(n)}^2 \left(\cos(k_n \beta_n H) + \tan(k_n \beta_n H) \sin(k_n \beta_n H) \right) \right),$$

где $c_{L(n)}$ - фазовая скорость волны Лява первого порядка для частоты ω_n , $k_n = \omega_n / c_{L(n)}$ -

волновое число, $\beta_n = \beta_n(c_{L(n)})$. Хорошее приближение первого корня уравнения (29)

дает формула (32).

На Рисунках 11 и 12 показаны процессы распространения волны Лява в различных точках поверхности слоя и в полупространстве, над графиками указаны координата точки, среднее значение, стандартное отклонение, максимальное и минимальное значения акселерограммы (верхний слой толщиной $H=20$ м – песок, $E=37$ МПа, $G=14$ МПа, $\nu=0.3$, $\rho=1650$ кг/м³, $c_2=92.87$ м/с; подстилающее полупространство – крупнообломочный грунт, $E^*=100$ МПа, $G^*=38$ МПа, $\nu^*=0.3$, $\rho^*=1800$ кг/м³, $c_2^*=146.18$ м/с). Интенсивность воздействия снижается по мере движения волны, что соответствует дисперсионному характеру волн Лява. На Рисунке 12 видно, что волны Лява затухают с глубиной.

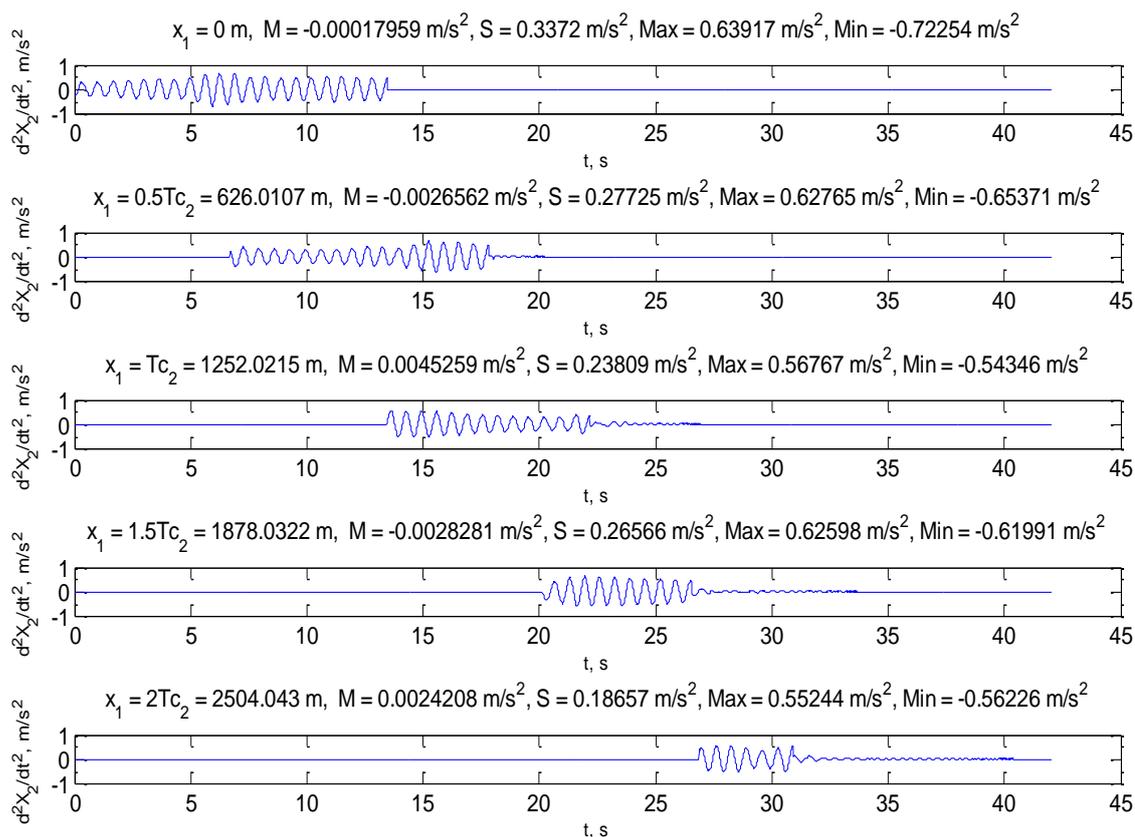


Рисунок 12. Движущаяся волна Лява (на глубине $H=20$ м)

Состоятельная оценка спектральной плотности сейсмического ускорения

В задачах теории сейсмостойкости строительных сооружений, решаемых в частотной области, возникает проблема определения состоятельной оценки спектральной плотности сейсмического ускорения грунта. Надежная оценка спектральной плотности необходима для определения несущих частот сейсмического воздействия, корректных значений модального коэффициента динамичности в линейно-спектральном методе, для оценки изменчивости сейсмических движений грунта с помощью функции когерентности.

Будем считать акселерограмму $x(t)$ реализацией случайного процесса с конечной мощностью - сейсмического воздействия $X(t)$. Для таких процессов состоятельные оценки для математического ожидания, стандартного отклонения, дисперсии, корреля-

ционной функции известны и получаются путем простого усреднения по длине реализации. Сложнее получить состоятельную оценку спектральной плотности мощности, то есть такую, что при увеличении интервала измерений T оценка сходится по вероятности к оцениваемой характеристике: $P(|\hat{S} - S| < \delta) = 1$ при $T \rightarrow \infty$, где \hat{S} - оценка вероятностной характеристики S , а δ - сколь угодно малое положительное число. Чтобы оценка была состоятельной, необходимо и достаточно, чтобы она была несмещенной

$$b(\hat{S}) = \langle \hat{S} \rangle - S = \langle \hat{S} - S \rangle = 0,$$

причем дисперсия должна стремиться к нулю при $T \rightarrow \infty$: $\langle (\hat{S} - S)^2 \rangle \rightarrow 0$.

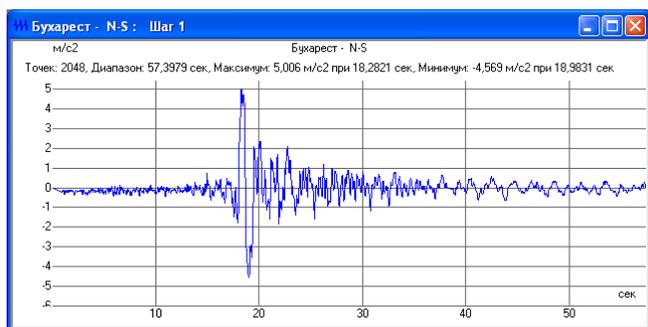


Рисунок 13. Акселерограмма Бухарестского землетрясения 1977 г. в направлении $N-S$.
Окно ПО «Еврософт Одиссей».

Как известно, существуют два метода оценивания спектральной плотности – периодограммный и коррелограммный. Оба метода эквивалентны, дают несмещенную оценку спектральной плотности с дисперсией порядка квадрата оцениваемой величины, то есть со 100%-ой относительной среднеквадратичной ошибкой. Это означает, что периодограммный и коррелограммный методы оценки не позволяют достичь желаемой точности при увеличении интервала измерений T и являются

несостоятельными. Для нахождения состоятельной оценки спектральной плотности необходимо применять процедуру оконного сглаживания. Метод сглаживания периодограмм, предложенный П. Д. Уэлчем, заключается в разделении исходных данных на перекрывающиеся сегменты. Перекрытие сегментов увеличивает количество усредняемых интервалов при заданной длине реализации. Так уменьшается дисперсия оценки спектральной плотности. До вычисления периодограммы данные каждого сегмента умножаются на оконную функцию. Эта операция дает возможность избежать эффекта появления «боковых лепестков» и уменьшить смещение оценки. Затем вычисляется преобразование Фурье каждого сегмента. Результат суммируется по сегментам и делится на так называемый коэффициент коррекции энергии окна (дисперсия окна, умноженная на количество сегментов). Обычно применяют окно Хэмминга с 50% перекрытием. Разрешение метода определяется шириной окна (количеством точек сегмента). Результаты применения метода сглаживания Уэлча показаны примере записи сейсмического ускорения грунта во время Бухарестского землетрясения 1977 г. в направлении $N-S$ (2048 отсчетов) (Рисунок 13). На Рисунке 14 показаны сглаженная спектральная плотность, полученная по методу Уэлча с 50% перекрытием окнами Хэмминга, тонкая линия соответствует «сырой» периодограмме.

Расчеты выполнены с использованием функции **pwelch** математического пакета *MATLAB Signal Toolbox*. Очевидно, значения спектральной плотности мощности зависят от способа сглаживания и разрешения спектральной оконной функции. Чем шире используемое корреляционное окно, тем уже соответствующее спектральное, то есть

тем выше разрешение. В этом случае на графиках спектральной плотности точнее проявляются экстремумы. Чем уже корреляционное окно, тем более «размыт» график спектральной плотности. Для анализа акселерограмм достаточно подбирать такие параметры оценивания, чтобы в оценке спектральной плотности оставались 5-10 основных максимумов периодограммы.

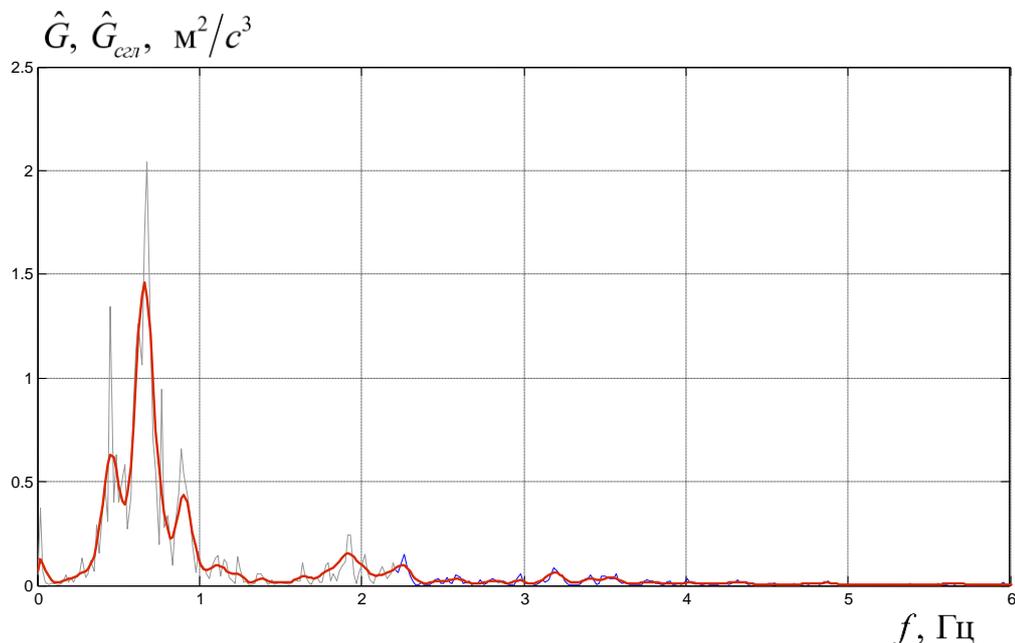


Рисунок 14. Периодограмма и сглаженная спектральная плотность мощности (512 точек, 50% перекрытие)

Согласованное и несогласованное сейсмическое движение грунта. Функция пространственной когерентности

Если предполагается, что в заданную точку поверхности каждая гармоника с частотой f доходит без случайного изменения амплитуды и с фазовым сдвигом, равным $\varphi = k\xi_{km}$, (как на Рисунке 15a), то такое движение поверхности грунта называют согласованным или когерентным. Согласованное волновое движение может быть получено и исследовано аналитически при решении волнового уравнения.

Инструментально зарегистрированное волновое сейсмическое движение не в полной мере является согласованным из-за явления пространственной изменчивости. Под пространственной изменчивостью (*spatial variation*) сейсмического движения понимают случайные изменения в амплитуде и фазе сейсмических волн при распространении их по поверхности земли. Причины возникновения пространственной изменчивости наземных сейсмических движений состоят в рассеянии волн (*scattering effect*) из-за наличия в грунте локальных неоднородностей, пустот, разжижений. Учет пространственной изменчивости может быть важен для протяженных конструкций (мостов, дамб, плотин, трубопроводов, протяженных зданий, не разделенных деформационными швами), особенно при наличии податливых фундаментов.

Пусть начало ортогональной системы координат - точка, в которой заданы инструментальные или синтезированные акселерограммы. Во введенной системе координат радиус-векторы $r_k(x_k, y_k)$ и $r_m(x_m, y_m)$ задают положение k -той и m -той точек на

поверхности грунта, $\xi_{km} = |r_k - r_m|$ - расстояние между ними, $a(t, r_k)$ и $a(t, r_m)$ - реализации сейсмического ускорения грунта в этих точках в одном из трех фиксированных направлений, S_{km}, S_k, S_m - сглаженные взаимная спектральная плотность и спектральные плотности $a(t, r_k)$ и $a(t, r_m)$, тогда функция пространственной когерентности определяется как $\gamma(f, \xi_{km}) = S_{km}(f, \xi_{km}) / \sqrt{S_k(f)S_m(f)}$. Функция $\gamma(f, \xi_{km})$ является комплексной

$$\gamma(f, \xi_{km}) = |\gamma(f, \xi_{km})| \exp[j\varphi(f, \xi_{km})] \quad (34)$$

с модулем $|\gamma(f, \xi_{km})| = \sqrt{(\text{Re} S_{km})^2 + (\text{Im} S_{km})^2} / \sqrt{S_k(f)S_m(f)}$, (35)

и аргументом $\varphi(f, \xi_{km}) = -\text{arctg}(\text{Im} S_{km}(f, \xi_{km}) / \text{Re} S_{km}(f))$. (36)

Функция когерентности в тригонометрической форме имеет вид:

$$\gamma(f, \xi_{km}) = |\gamma(f, \xi_{km})| (\cos \varphi(f, \xi_{km}) + j \sin \varphi(f, \xi_{km})). \quad (37)$$

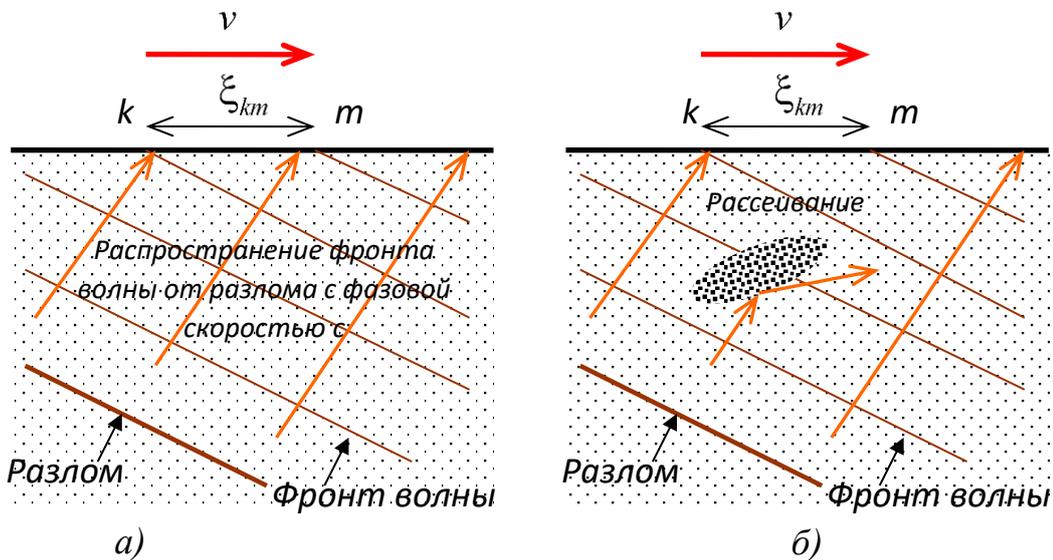


Рисунок 15. Согласованное (а) и несогласованное (б) волновое движение

Важно отметить, что спектральные плотности S_{km}, S_k, S_m входящие в (34), должны быть сглаженными с помощью оконного преобразования (например, методом Уэлча с окнами Хэмминга (Рисунок 14), Хана и др.). Без сглаживания модуль функции когерентности тождественно равен единице $|\gamma(f, \xi_{km})| \equiv 1$. Для независимых случайных процессов модуль когерентности $|\gamma(f, \xi_{km})| = 0$, для линейно связанных $|\gamma(f, \xi_{km})| = 1$, в остальных случаях $0 < |\gamma(f, \xi_{km})| < 1$.

Аргумент функции когерентности $\varphi(f, \xi_{km})$ называется *функцией разности фаз* и представляет собой сдвиг по фазе между спектральными составляющими реализаций $a(t, r_k)$ и $a(t, r_m)$ на частоте f .

Волновые процессы в точках k и m происходят с запаздыванием по времени τ_{km} , в этом состоит эффект продвижения волны (*wave passage effect*). Запаздывание по времени τ_{km} связано со сдвигом по фазе $\varphi(f, \xi_{km})$. Эту связь легко установить на примере отдельной гармоники сейсмического воздействия - плоской монохроматической волны с круговой частотой $\omega = 2\pi f$, фазовой скоростью c и волновым числом κ . Пусть $a_k = a(r_k, t)$ и $a_m = a(r_m, t)$ - ускорения от этой волны в точках k и m . Если обе точки лежат на луче волны, то $a_k = A \cos(\omega t - \kappa r_k)$, $a_m = A \cos(\omega t - \kappa r_m)$, $\kappa = \omega/c$, $\kappa r_k = \omega r_k/c$.

Если $\tau_{km} = \xi_{km}/c$ - промежуток времени, за который волна проходит расстояние

$$\xi_{km} = r_k - r_m, \text{ то } \kappa r_m = \omega \left(\frac{r_k}{c} + \frac{r_m - r_k}{c} \right) = \omega \left(\frac{r_k}{c} + \frac{\xi_{km}}{c} \right) = \omega \frac{r_k}{c} + \omega \tau_{km} = \kappa r_k + \omega \tau_{km}.$$

Обозначая $\varphi = \omega \tau_{km} = \omega \xi_{km}/c$, (38)

получим $a_m = A \cos(\omega t - \kappa r_k - \varphi)$, то есть волна подошла к точке m с отставанием по фазе φ через время τ_{km} . Таким образом, множитель $\exp[j\varphi(f, \xi_{km})]$ в (41) фактически

отвечает только за эффект продвижения волны. Его считают детерминированным из формальных соображений: так как по формуле (38) сдвиг по фазе зависит только от частоты волны, её скорости и расстояния между точками, следовательно, φ - величина не случайная.

Модуль функции когерентности $|\gamma(f, \xi_{km})|$ также несет информацию о сдвиге по фазе или запаздывании между спектральными составляющими, поскольку так же, как и $\varphi(f, \xi_{km})$, зависит от взаимной спектральной плотности S_{km} . Поэтому в зарубежных источниках для обозначения модуля функции когерентности $|\gamma(f, \xi_{km})|$ применяют термин *когерентность с учетом запаздывания (lagged coherency)*. С функцией $|\gamma(f, \xi_{km})|$ связывают все случайные изменения амплитуды и фазы, происходящие с волной при движении от одной точки к другой.

Используются и две производные формы от функции $|\gamma(f, \xi_{km})|$: когерентность без запаздывания и плоско-волновая когерентность.

Когерентностью без запаздывания (unlagged coherency) называют $\gamma(f, \xi_{km})_{\varphi=0}$, если предполагается, что $\varphi(f, \xi_{km}) \equiv 0$. Если $\varphi(f, \xi_{km}) \equiv 0$, то $\text{Im} S_{km}(f, \xi_{km}) = 0$, тогда из (34) и (35)

$$\gamma(f, \xi_{km})_{\varphi=0} = |\gamma(f, \xi_{km})|_{\varphi=0} = \frac{\text{Re} S_{km}}{\sqrt{S_k(f) S_m(f)}} = \text{Re} [\gamma(f, \xi_{km})].$$

Таким образом, когерентность без запаздывания равна действительной части функции когерентности $\text{Re} [\gamma(f, \xi_{km})]$.

Если принять одинаковое запаздывание по времени $\tau_{km} = \text{const}$ для всех спектральных составляющих, то есть рассматривать сейсмическую волну как пакет плоских мо-

нохроматических волн, движущихся с постоянной фазовой скоростью, то такое движение характеризуют *плоско-волновой когерентностью* $|\gamma(f, \xi_{km})|_{\tau=const}$ (*plane-wave coherency*). Так как по определению (37) $\text{Re}\gamma(f, \xi_{km}) = |\gamma(f, \xi_{km})| \cos \varphi(f, \xi_{km})$, то плоско-волновая когерентность $|\gamma(f, \xi_{km})|_{\tau=const}$ может быть выражена через когерентность без запаздывания

$$|\gamma(f, \xi_{km})|_{\tau=const} = \frac{\text{Re}\gamma(f, \xi_{km})}{\cos \varphi(f, \xi_{km})} = \frac{|\gamma(f, \xi_{km})|_{\varphi=0}}{\cos 2\pi f \tau_{km}}.$$

В отечественной практике, говоря о функции когерентности, чаще всего подразумевают ее модуль $|\gamma(f, \xi_{km})|$.

Как было показано выше, комплексная функция когерентности $\gamma(f, \xi)$ несет в себе информацию одновременно и о согласованном, и о несогласованном волновом движении. Модуль этой функции $|\gamma(f, \xi)|$ применяют для оценки пространственной изменчивости сейсмического движения, а экспоненциальная часть $\exp[j\varphi(f, \xi)]$ является характеристикой согласованного движения, или эффекта продвижения волны.

По результатам регрессионного анализа данных регистрации, собранных на полигоне LSST (The Lotung Large Scale Seismic Test, г. Лотунг, Тайвань) Н. Абрахамсон в 1991 году получил, по-видимому, наиболее обоснованную эмпирическую аппроксимацию для модуля функции пространственной когерентности:

$$|\gamma(f, \xi)| = \tanh \left[(2.54 - 0.012\xi) \cdot \left(\exp\{(-0.115 - 0.00084\xi)f\} + \frac{f^{-0.878}}{3} \right) + 0.35 \right],$$

здесь ξ - расстояние между точками (до 100 м), f - частота в Гц. Полигон LSST включает 15 датчиков, расположенных на расстояниях от 3 до 85 м, грунт – аллювий, функция получена после обработки акселерограмм 15 землетрясений магнитудой от 3 до 7.8. Есть и другие эмпирические и полуэмпирические модели когерентности для разных расстояний и грунтовых условий. Они не так широко используются, прежде всего потому, что почти все построены по данным единственного землетрясения.

По графику на Рисунке 16 видно, что для расстояний до 100 м на мягком грунте спектральные составляющие до 10 Гц хорошо согласованы. Это означает, что пространственную изменчивость грунта можно не учитывать, когда одновременно выполняются условия:

- 1) землетрясение имеет доминирующие частоты до 10 Гц (как на Рисунке 14);
- 2) фундамент с максимальными размерами в плане до 100 м;
- 3) свойства грунта совпадают с грунтовыми условиями на полигоне LSST.

Поскольку некогерентность характерна для высоких частот (Рисунок 16), пространственную изменчивость грунта моделируют высокочастотными шумами. Сравнительный анализ с данными с других полигонов в Японии и Калифорнии показал, что при сходных грунтовых условиях функции когерентности отличаются мало, а для более жестких грунтов согласованное движение выражено сильнее. Функция когерентности Н. Абрахамсона получена для аллювия – смеси гальки, песка, суглинка и глины – то

есть для довольно рыхлого грунта. Чем плотнее и тверже грунт, тем более согласованным будет сейсмическое движение. Этот факт позволяет переформулировать третье условие так: «свойства грунта не хуже, чем на полигоне LSST».

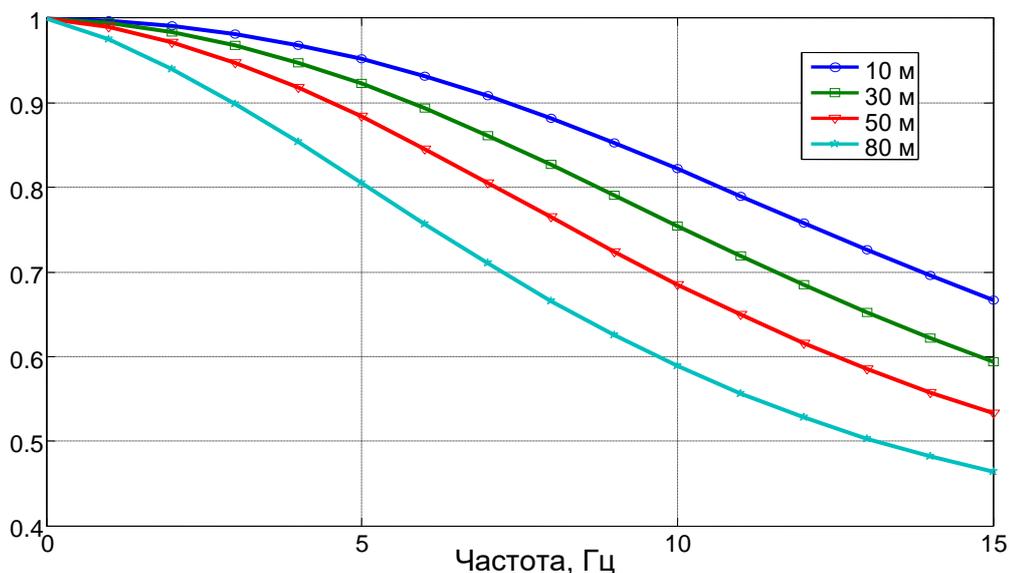


Рисунок 16. Функция когерентности Н. Абрахамсона

Другим важным фактором, влияющим на величину когерентности, является скорость сейсмических волн на поверхности грунта. Зарегистрированная скорость распространения волнового фронта по земной поверхности равна $v = \xi_{km} / \tau_{km}$. На полигонах с плотным размещением датчиков скорость S-волн достигает 2-3,5 км/с и более и зависит от ориентации сейсмического источника (разлома). Если волны расходятся от источника вертикально, они достигают поверхности одновременно, сдвиг по фазе равен нулю, а скорость v - бесконечна. При этом фазовая скорость c распространения фронта волны от источника к поверхности сравнительно низкая (порядка сотен метров в секунду) и определяется только механическими свойствами грунта.

В практике строительных инженерных расчетов на сейсмостойкость принимают, что фронт объемной сейсмической волны движется по поверхности с фазовой скоростью. Как соотносится это предположение с эмпирической функцией когерентности? Аппроксимация Абрахамсона построена для зарегистрированных «быстрых» волн со скоростью v , а в инженерных методах сейсмическая волна «медленная» - скорость распространения фронта принимается равной фазовой скорости c , причем $v \sim 10 \cdot c$. Это означает, что время запаздывания для «медленной» волны будет больше: $\tau_{km}(c) / \tau_{km}(v) \sim 10$, так как $\tau_{km} = \xi_{km} / v$. Так как функция когерентности уменьшается с увеличением времени запаздывания, то формально можно заключить, что для «медленных» волн функция когерентности при тех же расстояниях должна быть меньше, чем на Рисунке 16, следовательно, область частот согласованного движения сужается. Так как это сужение связано с искусственным ужесточением воздействия, разумно договориться о том, чтобы и при инженерном подходе придавать сейсмической волне пространственную изменчивость, зафиксированную при реальных землетрясениях.

В третьей главе рассматривается применение линейно-спектрального метода к интегральной модели сейсмического движения грунта. Определены переносные инерционные сейсмические силы для пространственной системы под действием вектора сейсмического воздействия, состоящего из трех линейных и трех угловых компонент сейсмического ускорения; записаны уравнения движения и приведено решение в главных координатах в пространстве времени и в частотном пространстве; изложены методы определения коэффициентов динамичности и опасных направлений сейсмического воздействия; получены формулы для модальных сейсмических перемещений, усилий, для отклика на отдельные компоненты сейсмического движения, для опорных реакций на сейсмические силы и моменты; обсуждается проблема учитываемых форм колебаний; проведено исследование влияния ротационного сейсмического движения на параметры динамической реакции. Рассмотрены многочисленные примеры.

Переносные сейсмические силы

Определим инерционные силы, действующие на элемент расчетной динамической модели (РДМ) в виде абсолютно твердого тела. Введем неподвижную систему координат $O'123$. Центр тяжести тела с массой m расположен в точке C с радиус-вектором $\mathbf{r} = (x_{1C}, x_{2C}, x_{3C})^T$, $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ - моменты инерции в осях $C123$. Пусть оси $O'123$ являются для этого тела главными осями инерции, а параллельные им оси $C123$ - главными центральными.

Подвижная система координат $O123$ (Рисунок 17) в начальный момент времени (до начала воздействия) совпадает с неподвижной $O'123$, а затем начинает движение, заданное векторами перемещений, скоростей и ускорений (1) или (2), приведенными к точке O (переносное движение системы). Движение центра тяжести тела C описывается 6 обобщенными координатами – тремя линейными вдоль осей $O'123$ и тремя углами поворота относительно этих осей. Вектора относительных (относительно подвижных осей $O123$) линейных и угловых перемещений тела, его скоростей и ускорений равны:

$$\mathbf{X} = (X_1 \ X_2 \ X_3)^T, \quad \dot{\mathbf{X}} = (\dot{X}_1 \ \dot{X}_2 \ \dot{X}_3)^T, \quad \ddot{\mathbf{X}} = (\ddot{X}_1 \ \ddot{X}_2 \ \ddot{X}_3)^T$$

$$\boldsymbol{\varphi} = (\varphi_1 \ \varphi_2 \ \varphi_3)^T, \quad \dot{\boldsymbol{\varphi}} = (\dot{\varphi}_1 \ \dot{\varphi}_2 \ \dot{\varphi}_3)^T, \quad \ddot{\boldsymbol{\varphi}} = (\ddot{\varphi}_1 \ \ddot{\varphi}_2 \ \ddot{\varphi}_3)^T,$$

или в виде шестикомпонентных векторов $\mathbf{q} = (\mathbf{X} \ \boldsymbol{\varphi})^T$, $\dot{\mathbf{q}} = (\dot{\mathbf{X}} \ \dot{\boldsymbol{\varphi}})^T$, $\ddot{\mathbf{q}} = (\ddot{\mathbf{X}} \ \ddot{\boldsymbol{\varphi}})^T$.

Абсолютные перемещения, скорости и ускорения относительно начального положения $O123$:

$$O123: \quad \mathbf{X}_{abs} = (X_{1abs} \ X_{2abs} \ X_{3abs})^T, \quad \boldsymbol{\varphi}_{abs} = (\varphi_{1abs} \ \varphi_{2abs} \ \varphi_{3abs})^T,$$

$$\dot{\mathbf{X}}_{abs} = (\dot{X}_{1abs} \ \dot{X}_{2abs} \ \dot{X}_{3abs})^T, \quad \dot{\boldsymbol{\varphi}}_{abs} = (\dot{\varphi}_{1abs} \ \dot{\varphi}_{2abs} \ \dot{\varphi}_{3abs})^T,$$

$$\ddot{\mathbf{X}}_{abs} = (\ddot{X}_{1abs} \ \ddot{X}_{2abs} \ \ddot{X}_{3abs})^T, \quad \ddot{\boldsymbol{\varphi}}_{abs} = (\ddot{\varphi}_{1abs} \ \ddot{\varphi}_{2abs} \ \ddot{\varphi}_{3abs})^T.$$

Скорость поступательного движения $\dot{\mathbf{X}}_{abs}$ центра C с радиус-вектором \mathbf{r} есть сумма относительной $\dot{\mathbf{X}} + \dot{\boldsymbol{\varphi}} \times \mathbf{r}$ и переносной скоростей $\dot{\mathbf{X}}_0 + \dot{\boldsymbol{\alpha}}_0 \times \mathbf{r}$:

$$\dot{\mathbf{X}}_{abs} = \dot{\mathbf{X}} + \dot{\boldsymbol{\varphi}} \times \mathbf{r} + \dot{\mathbf{X}}_0 + \dot{\boldsymbol{\alpha}}_0 \times \mathbf{r},$$

где $\dot{\boldsymbol{\varphi}} \times \mathbf{r}$ и $\dot{\boldsymbol{\alpha}}_0 \times \mathbf{r}$ - векторные произведения, угловая скорость при малых ротациях равна $\dot{\boldsymbol{\varphi}}_{abs} = \dot{\boldsymbol{\varphi}} + \dot{\boldsymbol{\alpha}}_0$.

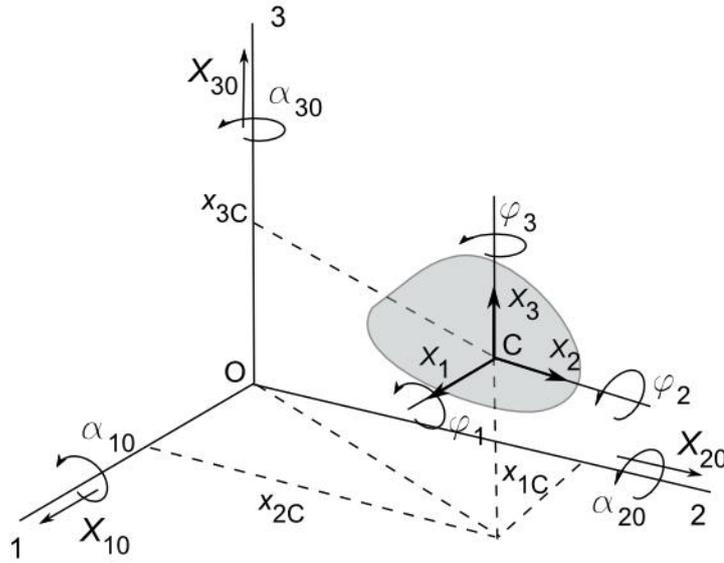


Рисунок 17. Твердое тело в основных осях

Чтобы получить силы инерции в уравнениях относительного движения, необходимо записать выражение для кинетической энергии, взять частные производные по относительным скоростям \dot{X}_i , $\dot{\phi}_i$ и продифференцировать по времени (подробные выкладки приведены в тексте диссертации). В результате получается вектор инерционных сил: $\mathbf{I} = \mathbf{M}_O \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{M}_O \ddot{\mathbf{q}}_0 = \mathbf{M}_O (\ddot{\mathbf{q}} + \ddot{\mathbf{q}}_0)$, где \mathbf{M}_O - матрица инерции твердого тела при относительном движении, $\mathbf{M}_O \ddot{\mathbf{q}}_0$ - переносные инерционные сейсмические силы,

$$\mathbf{M}_O = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mx_{3C} & -mx_{2C} \\ 0 & m & 0 & -mx_{3C} & 0 & mx_{1C} \\ 0 & 0 & m & mx_{2C} & -mx_{1C} & 0 \\ 0 & -mx_{3C} & mx_{2C} & \theta_1 + m(x_{3C}^2 + x_{2C}^2) & -mx_{1C}x_{2C} & -mx_{1C}x_{3C} \\ mx_{3C} & 0 & -mx_{1C} & -mx_{1C}x_{2C} & \theta_2 + m(x_{1C}^2 + x_{3C}^2) & -mx_{2C}x_{3C} \\ -mx_{2C} & mx_{1C} & 0 & -mx_{1C}x_{3C} & -mx_{2C}x_{3C} & \theta_3 + m(x_{2C}^2 + x_{1C}^2) \end{pmatrix}.$$

Для систем с n степенями свободы удобно ввести матрицу переносных инерционных коэффициентов \mathbf{M}_s так, чтобы произведение $\mathbf{M}_s^{[n \times 6]} \cdot \ddot{\mathbf{q}}_0^{[6]}$ давало вектор инерционных сейсмических сил для всей системы. Матрица \mathbf{M}_s такова, что в её i -той строке располагается вектор $\mathbf{m}_{O,i}^{[6]}$, который зависит от движения по этой степени свободы. Если обобщенная координата поступательная вдоль осей 1, 2 или 3, то $\mathbf{m}_{O,i}$ есть 1, 2 или 3 строка матрицы \mathbf{M}_O . Если степени свободы соответствует угловое движение относительно осей 1, 2, 3, то вектор $\mathbf{m}_{O,i}$ соответственно равен 4, 5 или 6 строке матрицы \mathbf{M}_O . Тогда вектор переносных инерционных сил для систем с n степенями свободы равен $\mathbf{P}_s = -\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{q}}_0^{[6]}$. В диссертации приведены многочисленные примеры по формированию матрицы \mathbf{M}_s и записи уравнений относительного движения.

ЛСМ для интегрального сейсмического воздействия

Формулы (1) - (12) определяют кинематические параметры интегрального сейсмического движения грунта и задают инерционные сейсмические силы, действующие на конструкцию. Уравнение относительного движения пространственной диссипативной системы с n степенями свободы имеет вид

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = -\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{q}}_0, \quad (39)$$

где $\mathbf{q}^{[n]}$ - вектор относительных обобщенных перемещений, $\mathbf{M}^{[n \times n]}$ - матрица инерции, $\mathbf{B}^{[n \times n]}$ - матрица демпфирования, $\mathbf{K}^{[n \times n]}$ - матрица жесткости, $\mathbf{M}_s^{[n \times 6]}$ - матрица переносных инерционных коэффициентов, $\ddot{\mathbf{q}}_0^{[6]}$ - вектор ускорений, $-\mathbf{M}_s^{[n \times 6]}\ddot{\mathbf{q}}_0^{[6]}$ - вектор переносных сейсмических сил. Для решения уравнений (39) применяют метод разложения по собственным формам с помощью ортогонального преобразования $\mathbf{q} = \mathbf{V}\mathbf{u}$, где $\mathbf{V}^{[n \times n]}$ - матрица собственных векторов системы (39). С учетом свойств матрицы собственных форм $\mathbf{K}\mathbf{V} = \mathbf{M}\mathbf{V}\mathbf{\Omega}^2$, $\mathbf{V}^T\mathbf{M}\mathbf{V} = \mathbf{M}_{\text{mod}}$ и при малом демпфировании система уравнений (39) принимает вид:

$$\ddot{\mathbf{u}} + 2\mathbf{\varepsilon}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{\Omega}^2\mathbf{u} = \mathbf{Q}, \quad (40)$$

где $\mathbf{u}^{[n]}$ - вектор главных координат, $\mathbf{\Omega}^2$ - матрица квадратов собственных частот, $\mathbf{Q}^{[n]} = -\mathbf{M}_{\text{mod}}^{-1}\mathbf{V}^T\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{q}}_0$ - вектор переносных сейсмических сил, приведенный к главным координатам.

В квазистатической постановке формула (12) имеет вид $\ddot{\mathbf{q}}_0 = I_X \mathbf{v} = \text{const}$. Вектор \mathbf{v} трактуется либо как вектор опасных направлений сейсмического воздействия, либо как известное заданное направление. Модальное перемещение от статической нагрузки равно $u_k^{cm} = -\frac{I_X}{M_{\text{mod},k}\Omega_k^2} \mathbf{v}_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{v}^{[6]}$. Динамические перемещения получают, умножив u_k^{cm}

на модальный коэффициент динамичности

$$u_k = \beta_k u_k^{cm} = -\frac{\beta_k I_X}{M_{\text{mod},k}\Omega_k^2} \mathbf{v}_k^T \mathbf{M}_s \mathbf{v}^{[6]}. \quad (41)$$

Вектор внутренних усилий системы на сейсмическое воздействие \mathbf{S} записывается в виде суммы векторов модальных откликов \mathbf{S}_k :

$$\mathbf{S} = \mathbf{K}\mathbf{q} = \sum_{k=1}^n u_k \mathbf{K}\mathbf{v}_k = \sum_{k=1}^n u_k \Omega_k^2 \mathbf{M}\mathbf{v}_k = \sum_{k=1}^n \mathbf{S}_k,$$

здесь $\mathbf{S}_k = u_k \Omega_k^2 \mathbf{M}\mathbf{v}_k$ - вектор модальных усилий по k -той форме, u_k - модальное перемещение (41) в главных координатах по этой форме. Обозначим i -тую строку матрицы инерции \mathbf{M} (матрица \mathbf{M} не обязательно диагональная) в виде вектора-строки $\mathbf{m}_i^{[n]}$, $i = 1, \dots, n$. Такое представление даёт возможность записать вектор \mathbf{S}_k в покомпонентной форме

$$S_{ik} = \beta_k I_X \mathbf{m}_i \frac{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \mathbf{M}_s}{M_{\text{mod},k}} \mathbf{v}^{[6]}. \quad (42)$$

Наиболее вероятное значение полного расчетного усилия вычисляется по формуле среднеквадратического осреднения (N - число учитываемых форм колебаний):

$$S_{i\Sigma} = \sqrt{\sum_{k=1}^N S_{ki}^2}.$$

Опасные направления интегрального сейсмического воздействия

Для каждой формы колебаний с номером k вводится своё индивидуальное опасное направление \mathbf{v}_k , обеспечивающее максимум динамической реакции при движении этой форме.

Представим матрицу $\mathbf{M}_s^{[n \times 6]}$ в виде шести столбцов из n элементов:

$$\mathbf{M}_s^{[n \times 6]} = \left(\mathbf{m}_{s,1X}^{[n]} \quad \mathbf{m}_{s,2X}^{[n]} \quad \mathbf{m}_{s,3X}^{[n]} \quad \mathbf{m}_{s,1\alpha}^{[n]} \quad \mathbf{m}_{s,2\alpha}^{[n]} \quad \mathbf{m}_{s,3\alpha}^{[n]} \right).$$

тогда опасные направления сейсмического воздействия по k -той собственной форме определяются векторами (вывод приведен в тексте диссертации):

для поступательного движения $\mathbf{v}_{k,X} = k_1 \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,1X} \quad \mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,2X} \quad \mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,3X} \right)$, где

$$k_1 = - \left(\sqrt{\left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,1X} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,2X} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,3X} \right)^2} \right)^{-1};$$

для ротационного движения $\mathbf{v}_{k,\alpha} = k_2 \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,1\alpha} \quad \mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,2\alpha} \quad \mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,3\alpha} \right)$, где

$$k_2 = - \left(\sqrt{\left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,1\alpha} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,2\alpha} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{s,3\alpha} \right)^2} \right)^{-1}.$$

Если имеются сейсмологические данные о наиболее вероятном направлении сейсмического движения, проводят дополнительный расчет и на эти направления.

Влияние сейсмических ротаций на динамическую реакцию здания

Для анализа влияния ротационного движения на параметры динамической реакции был исследован динамический отклик железобетонного каркасного здания (с размерами 48x30x99 м на плитно-свайном фундаменте, Рисунок 18) на воздействие, заданное двумя трехкомпонентными акселерограммами – высокочастотной синтезированной (Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта) и низкочастотной природной (землетрясение в Бухаресте, 1977 г.) при фазовых скоростях поперечных волн c_2 , равных 100, 300, 500 и 2000 м/с. Ротационные ускорения были рассчитаны по акселерограммам поступательного движения.

Основные выводы по работе:

1) с увеличением скорости поперечных волн влияние ротационного движения на динамическую реакцию заметно снижается;

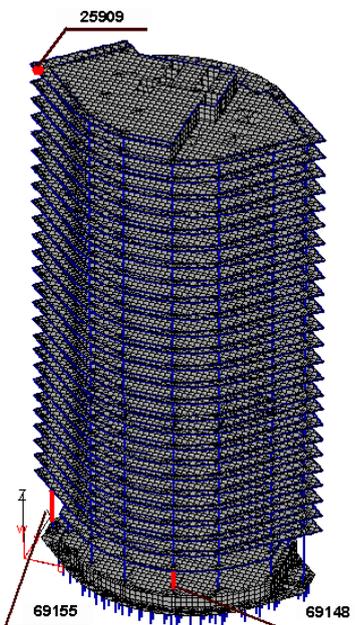


Рисунок 18. Конечно-элементная модель здания (показаны опасные колонны и узел с максимальным перемещением)

2) для низкочастотных акселерограмм вклад ротационного движения оказался более существенным, перемещения увеличились на 10-11% по сравнению с ростом на 6.5% при высокочастотном воздействии;

3) ротационное движение привело к перераспределению внутренних усилий в рассматриваемой конструкции, максимальное увеличение усилий составило 11%.

В четвертой главе рассматривается дифференцированная модель сейсмического движения грунта и применение к ней линейно-спектрального метода. Приведено описание кинематических параметров пространственно-временных полей сейсмического движения, интенсивности и коэффициентов динамичности дифференцированного сейсмического движения; записаны уравнения абсолютного и относительного движения при дифференцированном сейсмическом движении; вводятся матрица жесткости опорных элементов и матрица влияния; проведена оценка внутренних усилий от переносного движения; исследовано влияние на решение угловых и линейных граничных условий; найдено решение уравнения относительного движения в пространстве главных координат; определены модальные перемещения и сейсмические усилия, модальный отклик на отдельные компоненты сейсмического движения и опорные реакции. Многие пункты проиллюстрированы примерами.

Параметры дифференцированного сейсмического движения грунта

Пусть конструкция имеет p опорных точек, связанных с основанием. Дифференцированное движение опорных точек конструкции – это движение, при котором кинематические параметры движения опорных точек вместе с прилегающими областями грунта зависят только от процессов прохождения сейсмической волны в грунтовом основании и не связаны точными геометрическими соотношениями. Движение i -той точки с координатой (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) зададим векторами абсолютных (то есть заданных в неподвижной системе координат) перемещений, скоростей, ускорений ($i=1, \dots, p$):

$$\mathbf{X}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (X_{1i}^0 \quad X_{2i}^0 \quad X_{3i}^0)^T, \quad \dot{\mathbf{X}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (\dot{X}_{1i}^0 \quad \dot{X}_{2i}^0 \quad \dot{X}_{3i}^0)^T, \\ \ddot{\mathbf{X}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (\ddot{X}_{1i}^0 \quad \ddot{X}_{2i}^0 \quad \ddot{X}_{3i}^0)^T.$$

Каждой опорной точке поставим в соответствие вектора углов поворота некоторого объема грунта в зоне опирания (ротации), а также вектора угловых скоростей и ускорений:

$$\boldsymbol{\alpha}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (\alpha_{1i}^0 \quad \alpha_{2i}^0 \quad \alpha_{3i}^0)^T, \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (\dot{\alpha}_{1i}^0 \quad \dot{\alpha}_{2i}^0 \quad \dot{\alpha}_{3i}^0)^T, \\ \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (\ddot{\alpha}_{1i}^0 \quad \ddot{\alpha}_{2i}^0 \quad \ddot{\alpha}_{3i}^0)^T.$$

Тогда движение i -той опорной точки полностью описывается векторами

$$\mathbf{q}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (\mathbf{X}_i^0 \quad \boldsymbol{\alpha}_i^0)^T, \quad \dot{\mathbf{q}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (\dot{\mathbf{X}}_i^0 \quad \dot{\boldsymbol{\alpha}}_i^0)^T, \quad \ddot{\mathbf{q}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = (\ddot{\mathbf{X}}_i^0 \quad \ddot{\boldsymbol{\alpha}}_i^0)^T.$$

Интенсивность поступательного воздействия в i -той точке определяется модулем вектора ускорения поступательного движения $\ddot{\mathbf{X}}_i^0$, инварианта относительно положения системы координат: $|\ddot{\mathbf{X}}_i^0| = \sqrt{(\ddot{X}_{1i}^0)^2 + (\ddot{X}_{2i}^0)^2 + (\ddot{X}_{3i}^0)^2}$.

Вектор ускорений в опорной точке есть произведение модуля вектора воздействия на вектор направляющих косинусов:

$$\ddot{\mathbf{X}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = |\ddot{\mathbf{X}}_i^0| \mathbf{v}_i^X(t).$$

Координаты вектора направляющих косинусов поступательного движения $\mathbf{v}_i^X(t) = (v_{1i}^X \ v_{2i}^X \ v_{3i}^X)^T$ равны $v_{1i}^X = \frac{\ddot{X}_{1i}^0}{|\ddot{\mathbf{X}}_i^0|}$, $v_{2i}^X = \frac{\ddot{X}_{2i}^0}{|\ddot{\mathbf{X}}_i^0|}$, $v_{3i}^X = \frac{\ddot{X}_{3i}^0}{|\ddot{\mathbf{X}}_i^0|}$, $(v_{1i}^X)^2 + (v_{2i}^X)^2 + (v_{3i}^X)^2 = 1$.

Аналогичное представление для вектора угловых ускорений:

$$\ddot{\mathbf{a}}_i^0(t, x_{1i}, x_{2i}, x_{3i}) = |\ddot{\mathbf{a}}_i^0| \mathbf{v}_i^\alpha(t) = I_i^\alpha \mathbf{v}_i^\alpha(t),$$

где $|\ddot{\mathbf{a}}_i^0| = \sqrt{(\ddot{\alpha}_{1i}^0)^2 + (\ddot{\alpha}_{2i}^0)^2 + (\ddot{\alpha}_{3i}^0)^2}$ - модуль вектора углового движения; направляющие

косинусы вектора углового движения $\mathbf{v}_i^\alpha(t) = (v_{1i}^\alpha \ v_{2i}^\alpha \ v_{3i}^\alpha)^T$, где

$$v_{1i}^\alpha = \frac{\ddot{\alpha}_{1i}^0}{|\ddot{\mathbf{a}}_i^0|}, \quad v_{2i}^\alpha = \frac{\ddot{\alpha}_{2i}^0}{|\ddot{\mathbf{a}}_i^0|}, \quad v_{3i}^\alpha = \frac{\ddot{\alpha}_{3i}^0}{|\ddot{\mathbf{a}}_i^0|}, \quad (v_{1i}^\alpha)^2 + (v_{2i}^\alpha)^2 + (v_{3i}^\alpha)^2 = 1.$$

За интенсивность поступательного и ротационного движения в i -той точке примем $I_i^X = \max |\ddot{\mathbf{X}}_i^0|$ и $I_i^\alpha = \max |\ddot{\mathbf{a}}_i^0|$. Вектор ускорений грунта в i -той точке выразим через интенсивность поступательного движения грунта I_i^X , применив подход, изложенный выше для интегрального движения (формула (12)):

$$\ddot{\mathbf{q}}_i^0 = I_i^X \cdot \mathbf{v}_i(t), \quad \mathbf{v}_i(t) = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_i^X \\ w \mathbf{v}_i^\alpha \end{pmatrix}$$

где $\mathbf{v}_i(t)$ - вектор, объединяющий векторы направляющих косинусов \mathbf{v}_i^X и \mathbf{v}_i^α в единый вектор направления сейсмического воздействия (аналог формулы (12)), w - относительная интенсивность углового ускорения (10).

Для описания кинематики всего поля грунтового движения выберем одну из опорных точек в качестве начальной (точка привязки). Пусть точкой привязки будет первая опорная точка с вектором перемещений \mathbf{q}_1^0 и ускорений $\ddot{\mathbf{q}}_1^0$. В точке привязки выразим вектор ускорений через интенсивность поступательного движения $I = I_1^X$ и вектор направляющих косинусов $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_1(t)$:

$$\ddot{\mathbf{q}}_1^0(t, x_1, x_2, x_3) = I \mathbf{v}_1(t).$$

Для описания полей ускорений введем скалярные функции координат и времени, задающие пространственное изменение поля ускорений по отношению к точке привязки. Для i -той опорной точки, координаты которой заданы вектором $\mathbf{r}_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$

$$T_{1i} = T_1(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{X}_{1i}^0 / \ddot{X}_{11}^0, \quad T_{2i} = T_2(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{X}_{2i}^0 / \ddot{X}_{21}^0, \quad T_{3i} = T_3(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{X}_{3i}^0 / \ddot{X}_{31}^0,$$

$$T_{4i} = T_4(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{1i}^0 / \ddot{\alpha}_{11}^0, \quad T_{5i} = T_5(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{2i}^0 / \ddot{\alpha}_{21}^0, \quad T_{6i} = T_6(t, \mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{3i}^0 / \ddot{\alpha}_{31}^0.$$

Функции T зависят от типа, направления и длин сейсмических волн; из них сформируем $\mathbf{T}_i^{[6 \times 6]} = \mathbf{T}_i(t, \mathbf{r}_i) = \text{diag}(T_{1i}, T_{2i}, \dots, T_{6i})$ - матрицу функций изменения поля ускорений в i -той опоре. Матрица \mathbf{T}_i применяется для задания 6-компонентного вектора ускорений в i -той опорной точке:

$$\ddot{\mathbf{q}}_i^0(t) = \mathbf{T}_i(t, \mathbf{r}_i) \ddot{\mathbf{q}}_1^0(t) = \mathbf{\Gamma}_i(t, \mathbf{r}_i) \mathbf{v}_1(t).$$

Полный $6p$ -мерный вектор ускорений во всех опорных точках $\ddot{\mathbf{q}}^0(t) = (\ddot{\mathbf{q}}_1^0 \quad \ddot{\mathbf{q}}_2^0 \quad \dots \quad \ddot{\mathbf{q}}_p^0)^T$ также выражается через нормативную интенсивность, матрицу пространственного изменения поля ускорений $\mathbf{T}^{[6p \times 6]}$ и вектор направляющих косинусов сейсмического воздействия в точке привязки $\ddot{\mathbf{q}}^0(t) = \mathbf{T}(t, \mathbf{r}) \ddot{\mathbf{q}}_1^0(t) = \mathbf{\Gamma}(t, \mathbf{r}) \mathbf{v}_1(t)$. Матрица $\mathbf{T}^{[6p \times 6]}$ составлена из блоков $\mathbf{T}_i^{[6 \times 6]}$ и зависит от времени и координат всех опорных точек: $\mathbf{T}(t, \mathbf{r}) = (\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_p)^T$, где $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_p)$. В квазистатической постановке вектор $\ddot{\mathbf{q}}^0$ не зависит от времени, поэтому вектор \mathbf{v}_1 будем считать соответствующим известному заданному направлению, а элементы матрицы \mathbf{T} определим как отношение *постоянных* ускорений в каждой из опорных точек и в точке привязки. В i -той опорной точке с координатами $\mathbf{r}_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{1i} = \mathbf{T}_1(\mathbf{r}_i) &= \ddot{X}_{1i}^0 / \ddot{X}_{11}^0, \quad \mathbf{T}_{2i} = \mathbf{T}_2(\mathbf{r}_i) = \ddot{X}_{2i}^0 / \ddot{X}_{21}^0, \quad \mathbf{T}_{3i} = \mathbf{T}_3(\mathbf{r}_i) = \ddot{X}_{3i}^0 / \ddot{X}_{31}^0, \\ \mathbf{T}_{4i} = \mathbf{T}_4(\mathbf{r}_i) &= \ddot{\alpha}_{1i}^0 / \ddot{\alpha}_{11}^0, \quad \mathbf{T}_{5i} = \mathbf{T}_5(\mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{2i}^0 / \ddot{\alpha}_{21}^0, \quad \mathbf{T}_{6i} = \mathbf{T}_6(\mathbf{r}_i) = \ddot{\alpha}_{3i}^0 / \ddot{\alpha}_{31}^0. \end{aligned}$$

Из функций \mathbf{T} сформируем $\mathbf{T}_i^{[6 \times 6]} = \text{diag}(\mathbf{T}_{1i}, \mathbf{T}_{2i}, \dots, \mathbf{T}_{6i})$ - матрицу функций пространственного изменения ускорений в i -той опоре. Тогда вектор ускорений в i -той опорной точке равен $\ddot{\mathbf{q}}_i^0 = \mathbf{T}_i \ddot{\mathbf{q}}_1^0 = \mathbf{\Gamma}_i \mathbf{v}_1 = \text{const}$. Вектор ускорений $\ddot{\mathbf{q}}^0$ не будет зависеть ни от времени, ни от координат:

$$\ddot{\mathbf{q}}^0 = \mathbf{T} \ddot{\mathbf{q}}_1^0 = \mathbf{\Gamma} \mathbf{v}_1 = \text{const}, \quad \mathbf{T}^{[6p \times 6]} = (\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2, \dots, \mathbf{T}_p)^T.$$

Матрица \mathbf{T} не только задает пространственное изменение интенсивности, но и формирует ориентацию статического пространственного сейсмического воздействия в различных точках основания.

Коэффициенты динамичности (КД) определяются в каждой опорной точке по акселерограммам поступательного и углового движения, то есть по компонентам вектора $\ddot{\mathbf{q}}_i^0(t)$. Движению i -той опорной точки соответствует шестикомпонентный вектор спектральных коэффициентов динамичности $\boldsymbol{\beta}_i(\Omega) = (\beta_{1i} \quad \beta_{2i} \quad \beta_{3i} \quad \beta_{4i} \quad \beta_{5i} \quad \beta_{6i})^T$. В первой опорной точке (в точке привязки) вектор спектральных коэффициентов динамичности равен $\boldsymbol{\beta}_1(\Omega) = (\beta_1 \quad \beta_2 \quad \beta_3 \quad \beta_4 \quad \beta_5 \quad \beta_6)^T$.

Для описания пространственного изменения спектрального состава воздействия относительно точки привязки введем функции Θ_{ji} ($j = 1, 2, \dots, 6$ - номер компоненты вектора ускорений $\ddot{\mathbf{q}}_i^0$, $i = 1, \dots, p$). В каждой i -той опорной точке с координатами $\mathbf{r}_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$ будут свои коэффициенты динамичности:

$$\begin{aligned} \beta_{1i}(\Omega, \mathbf{r}_i) &= \beta_1(\Omega) \Theta_{1i}(\Omega, \mathbf{r}_i), \quad \beta_{2i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_2(\Omega) \Theta_{2i}(\Omega, \mathbf{r}_i), \quad \beta_{3i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_3(\Omega) \Theta_{3i}(\Omega, \mathbf{r}_i), \\ \beta_{4i}(\Omega, \mathbf{r}_i) &= \beta_4(\Omega) \Theta_{4i}(\Omega, \mathbf{r}_i), \quad \beta_{5i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_5(\Omega) \Theta_{5i}(\Omega, \mathbf{r}_i), \quad \beta_{6i}(\Omega, \mathbf{r}_i) = \beta_6(\Omega) \Theta_{6i}(\Omega, \mathbf{r}_i), \end{aligned}$$

или в векторном виде $\boldsymbol{\beta}_i(\Omega, \mathbf{r}_i) = \boldsymbol{\Theta}_i(\Omega, \mathbf{r}_i) \boldsymbol{\beta}_1(\Omega)$, где $\boldsymbol{\Theta}_i^{[6 \times 6]} = \text{diag}(\Theta_{1i}, \dots, \Theta_{6i})$ - матрица функций пространственного изменения КД относительно точки привязки. Функции

пространственного изменения спектра воздействия Θ_{ji} учитывают эффекты рассеяния волн коротковолновой части спектра и определяется экспериментально путем анализа функции когерентности. Совокупность коэффициентов динамичности во всех опорных точках задается вектором $\beta^{[6p]} = \beta(\Omega) = (\beta_1 \dots \beta_p)^T$. Введем блочную матрицу функций изменения спектрального состава $\Theta^{[6p \times 6]} = \Theta(\Omega, \mathbf{r}) = (\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_p)^T$, где $\mathbf{r} = (\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_p)$, тогда вектор коэффициентов динамичности во всех опорных точках выражается через вектор динамических коэффициентов в точке привязки $\beta_1^{[6]}$: $\beta = \Theta \beta_1$. Если спектральный состав воздействия не меняется в зависимости от пространственной координаты, то $\Theta_i^{[6 \times 6]}$ - единичные матрицы, $i = 1, \dots, p$.

Уравнения движения при дифференцированном воздействии

Движение грунта передается на конструкцию через опорные точки и является причиной её вынужденных колебаний. Обобщенные переменные, описывающие колебательный процесс динамической системы, могут быть абсолютными \mathbf{q}_{abs} , то есть задавать движение в неподвижной системе координат, и относительными \mathbf{q} – если система координат подвижная. Подвижная система координат совершает переносное движение \mathbf{q}_{tr} относительно неподвижных осей. Рассмотрим сначала абсолютное движение диссипативной системы с n степенями свободы под многомерным кинематическим воздействием. Так как упругие восстанавливающие силы и силы вязкого сопротивления совершают работу на относительных перемещениях и скоростях, в правую часть уравнения движения отнесем обобщенные силы, зависящие от перемещений и скоростей грунта:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{q}}_{abs} + \mathbf{V}\dot{\mathbf{q}}_{abs} + \mathbf{K}\mathbf{q}_{abs} = -\mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 - \mathbf{V}_s\dot{\mathbf{q}}^0, \quad (43)$$

где $\mathbf{M}^{[n \times n]}$, $\mathbf{V}^{[n \times n]}$ и $\mathbf{K}^{[n \times n]}$ - матрицы инерции, демпфирования и жесткости конструкции, $\mathbf{K}_s^{[n \times 6p]}$, $\mathbf{V}_s^{[n \times 6p]}$ – матрицы жесткости и демпфирования системы опорных элементов, $\mathbf{q}^{0[6p]}$ - вектор опорных перемещений.

Перейдем к уравнениям относительного движения. Для системы с n степенями свободы переносное движение определим как перемещения $\mathbf{q}_{tr}^{[n]}$, возникающие в конструкции от статических опорных перемещений \mathbf{q}^0 . Таким образом, вектор абсолютных обобщенных координат \mathbf{q}_{abs} есть сумма векторов относительных обобщенных координат \mathbf{q} и переносного движения \mathbf{q}_{tr} :

$$\mathbf{q}_{abs} = \mathbf{q} + \mathbf{q}_{tr}. \quad (44)$$

Из условия равновесия конструкции в опорных точках следует, что опорные реакции $\mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 + \mathbf{V}_s\dot{\mathbf{q}}^0$ уравновешены силами $\mathbf{K}\mathbf{q}_{tr} + \mathbf{V}\dot{\mathbf{q}}_{tr}$, возникающими в опорных элементах конструкции ($\dot{\mathbf{q}}_{tr}^{[n]}$ - вектор переносных скоростей):

$$\mathbf{K}\mathbf{q}_{tr} + \mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 + \mathbf{V}\dot{\mathbf{q}}_{tr} + \mathbf{V}_s\dot{\mathbf{q}}^0 = \mathbf{0}. \quad (45)$$

При подстановке (44) в уравнение (43) с учетом (45) приходим к уравнениям движения в относительных координатах:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}_{tr}. \quad (46)$$

Пренебрегая демпфированием в (45) получим $\mathbf{K}\mathbf{q}_{tr} + \mathbf{K}_s\mathbf{q}^0 = \mathbf{0}$, откуда следует определение вектора переносного движения через матрицу податливости системы $\mathbf{F} = \mathbf{K}^{-1}$:

$$\mathbf{q}_{tr} = -\mathbf{F}\mathbf{K}_s\mathbf{q}^0. \quad (47)$$

С учетом (47) уравнение (46) принимает вид $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{M}\mathbf{F}\mathbf{K}_s\ddot{\mathbf{q}}^0$. Введем матрицу влияния в виде $\mathbf{F}_s = -\mathbf{F}\mathbf{K}_s$, тогда уравнение движения в относительных координатах принимает вид: $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = -\mathbf{M}\mathbf{F}_s\ddot{\mathbf{q}}^0$.

Для вычисления матрицы влияния \mathbf{F}_s необходимо решить $6p$ статических задач, в ходе которых определяется вектор перемещений системы на единичное смещение (осадку) каждой из опор. Таким образом, i -тый столбец матрицы влияния \mathbf{F}_s - это n обобщенных перемещений системы от единичного i -того компонента вектора \mathbf{q}^0 .

Введем матрицу переносных инерционных коэффициентов для дифференцированного воздействия $\mathbf{M}_s^{[n \times 6p]} = \mathbf{M}\mathbf{F}_s = -\mathbf{M}\mathbf{F}\mathbf{K}_s$. Тогда уравнение (43) принимает такой же вид, как в относительном движении при интегральном воздействии (39):

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = -\mathbf{M}_s\ddot{\mathbf{q}}^0. \quad (48)$$

Применение ЛСМ к дифференцированному воздействию

Уравнение относительного движения в форме (48) позволяет применить теорию ЛСМ к дифференцированному воздействию. Вектор ускорений в опорных точках прием постоянным: $\ddot{\mathbf{q}}^0 = \mathbf{T}\mathbf{T}(\mathbf{r})\mathbf{v}_1 = const$. Принимая во внимание форму записи переносных сейсмических сил в уравнении (48), перепишем усилия (42) для дифференцированного воздействия:

$$S_{ik} = \beta_k \mathbf{I} \mathbf{m}_i \frac{\mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \mathbf{M}_s}{M_{mod,k}} \mathbf{T} \mathbf{v}_1. \quad (49)$$

В прикладных расчетах за модальный коэффициент динамичности β_k принимают максимальный элемент вектора $\boldsymbol{\beta}(\Omega_k)$: $\beta_k = \max(\boldsymbol{\beta}(\Omega_k))$, где Ω_k - собственная частота k -той формы колебаний. Направление дифференцированного сейсмического воздействия задается вектором \mathbf{V}_1 - направляющими косинусами в точке привязки.

Опасные направления дифференцированного сейсмического воздействия

Опасные модальные ориентации поступательного $\mathbf{v}_{1k,x}$ и ротационного движения $\mathbf{v}_{1k,\alpha}$ определяют из условия обеспечения максимума динамической реакции по k -той форме колебаний (вывод приведен в полном тексте диссертации). Для определения опасных направлений сейсмического воздействия введем матрицу $\mathbf{M}^s = \mathbf{M}_s^{[n \times 6p]} \mathbf{T}^{[6p \times 6p]}$, и структурируем её, выделив в ней p блоков $\mathbf{M}_i^{s[n \times 6]}$: $\mathbf{M}^s = (\mathbf{M}_1^s \quad \dots \quad \mathbf{M}_i^s \quad \dots \quad \mathbf{M}_p^s)$.

Опасные направления сейсмического воздействия задаются вектором \mathbf{v}_k :

$$\mathbf{v}_k^{[6p]} = \left(\mathbf{v}_{k,1} \quad \mathbf{v}_{k,2} \quad \dots \quad \mathbf{v}_{k,i} \quad \dots \quad \mathbf{v}_p \right)^T,$$

где

$$\mathbf{v}_{k,i} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{k,i}^X \\ w_i \mathbf{v}_{k,i}^\alpha \end{pmatrix} = \left(\mathbf{v}_{k,1i}^X \quad \mathbf{v}_{k,2i}^X \quad \mathbf{v}_{k,3i}^X \quad w_i \mathbf{v}_{k,1i}^\alpha \quad w_i \mathbf{v}_{k,2i}^\alpha \quad w_i \mathbf{v}_{k,3i}^\alpha \right)^T$$

– вектор направляющих косинусов в i -той опорной точке, рассчитываются для k -той формы колебаний в каждой i -той опорной точке по формулам:

$$\mathbf{v}_{k,i}^X = k_1 \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{1i}^{s,X} \quad \mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{2i}^{s,X} \quad \mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{3i}^{s,X} \right)^T, \text{ где } k_1 = -\frac{1}{\sqrt{\left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{1i}^{s,X} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{2i}^{s,X} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{3i}^{s,X} \right)^2}};$$

$$\mathbf{v}_{k,i}^\alpha = k_2 \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{1i}^{s,\alpha} \quad \mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{2i}^{s,\alpha} \quad \mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{3i}^{s,\alpha} \right), \text{ где } k_2 = -\frac{1}{\sqrt{\left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{1i}^{s,\alpha} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{2i}^{s,\alpha} \right)^2 + \left(\mathbf{v}_k^T \mathbf{m}_{3i}^{s,\alpha} \right)^2}}.$$

Здесь $\mathbf{m}_{1i}^{s,X}$, $\mathbf{m}_{2i}^{s,X}$, $\mathbf{m}_{3i}^{s,X}$ – 1, 2 или 3 столбец матрицы \mathbf{M}_i^s ; $\mathbf{m}_{1i}^{s,\alpha}$, $\mathbf{m}_{2i}^{s,\alpha}$, $\mathbf{m}_{3i}^{s,\alpha}$ – 4, 5 или 6 столбец матрицы \mathbf{M}_i^s .

Очевидно, что для систем с большим числом степеней свободы расчеты по дифференцированной схеме сопряжены с рядом проблем: расчет громоздкой матрицы влияния, определение количества значимых форм и соответствующих им пространственных опасных направлений сейсмического воздействия. Опасные направления не всегда задают плоский фронт волны, а могут повторять пространственную конфигурацию основания, деформированного по определенной форме колебаний. Примеры, иллюстрирующие возможности методики обобщенного линейно-спектрального метода, можно найти в работах [5, 6, 13, 15, 19-23].

3. Заключение

Подводя итоги исследования, следует отметить основные достигнутые результаты:

1. Линейно-спектральный метод расчета строительных конструкций обобщен на случаи интегральной и дифференцированной моделей сейсмического движения грунта; выведены формулы для параметров модальной динамической реакции, подходящие для интегрального и дифференцированного сейсмического движения, для диагональной и недиагональной матрицы инерции, для решения с учетом и без учета угловых движений грунта.
2. Выведены формулы для модальных опорных реакций и для модального отклика конструкции на отдельные компоненты сейсмического движения для интегральной и дифференцированной моделей сейсмического движения грунта.
3. Предложены способы формирования сейсмических нагрузок в уравнениях относительного движения систем со многими степенями свободы при наличии поступательного и углового сейсмического движения грунта для интегральной и дифференцированной моделей.
4. Разработан метод моделирования пространственно-временного поля поверхностных волн Лява и Рэлея, включая ротационные компоненты, по акселерограмме, заданной в одной точке упругого грунтового основания.

5. Исследовано влияние ротационного движения грунта на динамическую реакцию строительных конструкций для интегральной и дифференцированной моделей движения грунта.
6. Исследовано явление изменчивости сейсмического движения грунта, обусловленное пространственным изменением спектральных свойств воздействия из-за рассеяния в грунте. Приведены оценки экспериментальных данных, полученных на зарубежных полигонах; сделаны практические выводы для прикладных расчетов.
7. Изучена проблема фильтрации коротких сейсмических волн жесткими фундаментами, проанализированы результаты зарубежных натуральных экспериментов.
8. Исследована проблема предельных состояний конструкций при интенсивных землетрясениях; проанализированы отечественные и зарубежные подходы к описанию моделей и уровней предельных состояний.

В диссертации была рассмотрена проблема учета волнового характера сейсмического воздействия на динамику пространственных строительных конструкций. При волновом сейсмическом воздействии изменяется движение конструкции, происходит перераспределение внутренних усилий. Цифровые модели пространственных конструкций, генерируемые современными программными комплексами, позволяют учесть эти особенности, но при этом требуют задания пространственных воздействий и усовершенствования инженерных расчетных методов. К ним относятся методики анализа волнового воздействия, получения расчетных параметров воздействий и обобщения линейно-спектрального метода на случаи пространственных интегрального и дифференцированного сейсмических движений грунта. На решение этих проблем и была нацелена настоящая работа.

Следует отметить, что представленная диссертационная работа обеспечивает преемственность ведущих советских и российских научных школ в области теории сейсмостойкости, расширяя теоретическую базу для решения современных прикладных задач в строительной области.

При работе над диссертацией были проанализированы некоторые аспекты проблемы, мало освещенные в отечественных научных публикациях, но активно исследуемые за рубежом: предельные состояния конструкций при сейсмических расчетах; изменчивость сейсмического движения грунта; фильтрация коротких сейсмических волн жесткими фундаментами. Эти вопросы исследованы соискателем и отражены в диссертации как часть общей методологии современной теории сейсмостойкости.

В ходе выполнения диссертационной работы были достигнуты научные результаты, в основном касающиеся развития инженерных методов теории сейсмостойкости. Эти методы были обоснованы расчетами на ряде моделей – от простых, доступных для анализа в математических пакетах, до сложных, с сотнями тысяч степеней свободы, для исследования которых применялись специализированные программные комплексы.

Работа над модификацией инженерных приемов и методов начинается с научного сопровождения уникальных проектов, и находит продолжение в усовершенствовании специализированного программного обеспечения, а также в обратной связи с проектировщиками-пользователями этого ПО, задающими порой непростые вопросы. Еще предстоит решить ряд сложнейших проблем теории сейсмостойкости, связанных с расчетами на максимальное расчетное землетрясение (МРЗ), с заданием параметров МРЗ и определением уровней предельных состояний поврежденной конструкции.

Несмотря ни на что, наука идет вперед, заметно отрываясь от нормативного обеспечения сейсмических расчетов. Основная рекомендация автора – отражение опыта работы ведущих проектных институтов и лабораторий в новых строительных нормах, внедрение новых подходов в практику инженерного проектирования и в расчетные программные комплексы.

Работа над развитием инженерных методов сейсмического расчета, несомненно, должна быть продолжена в направлении анализа нелинейного деформирования конструкций, определения предельных состояний, изучения механизмов разрушения, формирования надежной (и по возможности простой) методики расчета на максимальное расчетное землетрясение. Новые инженерные методы должны разрабатываться в сотрудничестве со специалистами-сейсмологами, обязательно проходить экспериментальную проверку, опираться на данные о последствиях сильных землетрясениях. При этом нельзя полагаться на энтузиазм отдельных ученых, столь серьезная работа должна находиться в рамках единой государственной стратегии обеспечения сейсмической безопасности.

4. Список работ, опубликованных автором по теме диссертации

По теме диссертации Е.В. Позняк опубликовано 30 печатных работ (с публикациями докладов на конференциях), включая 10 статей в журналах, входящих в перечень ВАК РФ; 5 статей в научных изданиях, проиндексированных в базах данных Scopus и Web Of Science, 1 учебное пособие.

Научные статьи, проиндексированные в базах данных Scopus и Web Of Science:

1. Nazarov Y.P., Poznyak E.V. Spatial Variability of Seismic-Ground Movements in Structure Analysis. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 51 (2014). P. 242-247. (Scopus)
2. Nazarov Y.P., Poznyak E.V., Filimonov A.V. A brief theory and computing of seismic ground rotations for structural analyses. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 71 (2015). P.31-41. (Scopus, Web Of Science)
3. Nazarov Y.P., Poznyak E.V. Estimate of Rotational Components of Seismic Ground Motion. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 52 (2016). P. 355-360. (Scopus)
4. Nazarov Y.P. Poznyak E.V. On the Filtering Properties of Foundations of Earthquake-Resistant Buildings. *Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 53 (2016). P. 352–356. (Scopus).
5. Nazarov Y.P. Poznyak E.V. Response Spectrum Method for integrated and differential spatial seismic ground motions. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*. Volume 108, 2018, P. 69–78. (Scopus, Web Of Science)

Научные статьи, опубликованные в изданиях, входящих в перечень ВАК:

6. Позняк, Е.В. Анализ вида волновой модели и получение расчетных параметров сейсмического воздействия для высотного здания / Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк, А.В. Филимонов // *Промышленное и гражданское строительство*. 2014. №5. С. 40-45.
7. Позняк, Е.В. О пространственной изменчивости сейсмических движений грунта при расчете сооружений / Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк // *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 2014. №5. С. 17-20.

8. Позняк, Е.В. Моделирование процесса распространения волн Рэлея в пространстве по заданной акселерограмме / Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк // Строительство и реконструкция. 2015. №2 (58). С. 20-26.
 9. Позняк, Е.В. Оценка ротационных компонент сейсмического движения грунта / Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2015. №6. С. 22-26.
 10. Позняк, Е.В. О фильтрующих свойствах фундаментов сейсмостойких зданий / Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк // Основания, фундаменты и механика грунтов. 2016. №5. С. 31-34.
 11. Позняк, Е.В. Современная концепция интегральной модели сейсмического движения грунта в строительных расчетах на сейсмостойкость / Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк // Промышленное и гражданское строительство. 2016. № 9. С. 74-80.
 12. Позняк, Е.В. Моделирование пространственно-временного поля волн Лява по акселерограмме / Е.В. Позняк // Строительство и реконструкция. 2017. №6. С. 32-41.
 13. Позняк, Е.В. Применение обобщенного линейно-спектрального метода. Часть 1. Интегральное сейсмическое воздействие / Е.В. Позняк // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. №3. С. 63-69.
 14. Позняк, Е.В. Применение обобщенного линейно-спектрального метода. Часть 2. Дифференцированное сейсмическое воздействие / Е.В. Позняк // Строительная механика и расчет сооружений. 2018. №4. С. 61-68.
 15. Позняк, Е.В. О граничных условиях при расчетах на сейсмостойкость при дифференцированном движении грунта / Е.В. Позняк // Строительство: наука и образование. 2018. Т. 8. Вып. 3 (29). Ст. 1. Режим доступа: <http://www.nso-journal.ru>
- Другие публикации по теме исследования:**
16. Nazarov Yuri P., Poznyak Elena V., Filimonov Anton V. Seismic Data Analysis in Odyssey Software. International Journal of Emerging Technologies in Computational and Applied Sciences (IJETCAS), 2014, Issue 7, Volume 1. P. 75-77.
 17. Позняк, Е.В. Состоятельная оценка спектральной плотности мощности сейсмического ускорения грунта / Е.В. Позняк // Вестник МЭИ. 2015. №5. С. 30-36.
 18. Позняк, Е.В. Определение коэффициента динамичности в расчетах на сейсмостойкость / Ю.П. Назаров, Е.В. Позняк // Строительство: наука и образование. 2015. № 1. Ст. 2. <http://www.nso-journal.ru>.
 19. Позняк, Е.В. О связи уравнений относительного и абсолютного движения при дифференцированном сейсмическом воздействии / Е.В. Позняк // Вестник МЭИ. 2017. №1. С. 31-37.
 20. Позняк, Е.В. Обобщение линейно-спектрального метода для общего случая пространственного интегрального сейсмического воздействия / Е.В. Позняк, О.В. Новикова // Вестник МЭИ. 2017. №4. С. 28-35.
 21. Позняк, Е.В. Линейно-спектральный метод для дифференцированной модели сейсмического движения грунта / Е.В. Позняк, О.В. Новикова // Вестник МЭИ. 2017. №5. С. 48-56.
 22. Позняк Е.В. Об оценке влияния сейсмических ротаций на динамику строительных конструкций / Е.В. Позняк // Справочник. Инженерный журнал. 2017. №9. С. 14-23.