

На правах рукописи



Шепитько Елена Сергеевна

**Модель нелокального демпфирования материала при расчёте
стержневых элементов**

05.23.17 – Строительная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Москва – 2019

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Российский университет транспорта» (РУТ (МИИТ)) на кафедре «Строительная механика».

Научный руководитель: доктор технических наук, профессор,
Потапов Вадим Дмитриевич,
доктор технических наук, профессор,
Зылёв Владимир Борисович

Официальные оппоненты: **Мозгалёва Марина Леонидовна**,
доктор технических наук, профессор,
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Национальный исследовательский
московский государственный строительный
университет», кафедра прикладной математики,
профессор

Жаворонок Сергей Игоревич,
кандидат физико-математических наук, доцент,
Федеральное государственное бюджетное
учреждение «Российская академия наук»,
Институт прикладной механики, отдел механики
адаптивных композиционных материалов и
систем, старший научный сотрудник

Ведущая организация: **Акционерное общество «Научно-
исследовательский центр «Строительство»**

Защита диссертации состоится « 9 » октября 2019 г. в 16 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 218.005.05 на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Российский университет транспорта» по адресу: 127994, г. Москва, ГСП-4, ул. Образцова, д. 9, стр. 9 (7-й корпус РУТ (МИИТ), Минаевский пер. д. 2, ауд. 7618).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте РУТ (МИИТ), www.mii.ru

Автореферат разослан « » сентября 2019 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Шавыкина Марина Витальевна

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования. При расчёте элементов строительных конструкций на динамические воздействия большое значение имеет выбор модели, описывающей внутреннее трение в материале. Особенную сложность представляет задача о внутреннем трении для ортотропных и анизотропных материалов, таких как композитные и наноматериалы. Элементы конструкций, выполненные из композитных материалов, находят всё более широкое применение в строительной отрасли, в том числе - в транспортном строительстве.

Для достижения достаточной точности численного расчёта таких конструкций, как правило, используются трёхмерные конечно-элементные модели, позволяющие учесть ортотропные свойства материала. В тех случаях, когда использование одномерных моделей стержневых элементов в качестве расчетных схем является более эффективным, по сравнению с подробным трёхмерным моделированием, необходимы модели внутреннего трения, достаточно гибкие для того, чтобы описывать процесс затухания колебаний в анизотропных материалах. Требуемой гибкости можно добиться, рассматривая демпфирующие свойства материала, как нелокальные. Модель внутреннего трения, основанная на таком подходе, представлена в настоящей работе и называется моделью нелокального демпфирования материала.

Степень разработанности темы исследования. История изучения вопросов внутреннего трения в материале насчитывает более 150 лет. Исследованиями в этой области занимались: Дж. Рэлей, У. Кельвин, В. Фойгт, Дж. К. Максвелл, К. М. Зинер, Л. Больцман, Е. Вольтерра, А. Ю. Ишлинский, А. Р. Ржаницын, Е. С. Сорокин, И. Л. Корчинский, Н. Н. Давиденков, Я.Г. Пановко, А.И. Цейтлин, В. Д. Потапов и другие.

Вопросам внутреннего трения в композитных материалах посвящены исследования: А. Нашифа, Д. Джоунса, Х. Т. Бэнкса, Д. Дж. Инмана, И. Лея, М. И. Фрисвелла, С. А. Адхикари и других специалистов.

Несмотря на такую обширную историю исследования, в настоящее время не существует гипотезы внутреннего трения материала, которая бы однозначно подтверждалась экспериментом на всём диапазоне частот, характерных для колебаний конструкций.

Целью диссертационного исследования является развитие методов динамического расчёта стержневых элементов, выполненных из композитных материалов, с учётом характерных свойств внутреннего демпфирования.

Задачи исследования:

- 1) выполнить анализ существующих моделей динамического поведения стержневых элементов строительных конструкций с учётом демпфирующих свойств материалов;
- 2) разработать модель внутреннего трения, позволяющую учесть характерные демпфирующие свойства композитных материалов;
- 3) выполнить сравнительный анализ результатов, полученных по альтернативным моделям демпфирования материалов;
- 4) разработать методику подбора параметров (калибровки) разработанной модели демпфирования с использованием эмпирических данных;
- 5) разработать методику линейного и геометрически нелинейного расчета стержневых элементов на детерминированные и стохастические динамические воздействия с использованием разработанной модели.

Научная новизна заключается в том, что достигнуто и обосновано повышение гибкости моделей колебательного процесса стержневых элементов за счёт учёта нелокальности внутреннего трения материала, а именно:

- 1) установлены закономерности изменения результатов моделирования динамического поведения стержневых элементов при учёте нелокального демпфирования;

2) разработана математическая модель колебательного процесса стержневых элементов с учётом нелокального демпфирования материала под действием детерминированных и стохастических динамических нагрузок;

3) выявлено, что при значительной степени нелокальности демпфирования материала использование разработанных в диссертации методик позволяет достичь удовлетворительной точности моделирования колебаний стержневых элементов, выполненных из композитных материалов.

Теоретическая и практическая значимость работы:

1) разработана методика расчёта стержневых элементов строительных конструкций на динамические воздействия с использованием модели нелокального демпфирования материала;

2) разработана методика подбора параметров нелокальной модели демпфирования по результатам численного или физического эксперимента;

3) обоснована возможность применения одномерной расчётной модели стержня при анализе конструкций из композитных материалов.

Методология и методы исследования: В качестве методологической базы при выполнении исследования использовались основные положения строительной механики, сопротивления материалов и теории упругости, а также теории вероятностей и математической статистики.

Положения, выносимые на защиту:

1) расчётная модель, позволяющая учесть нелокальное демпфирование в материалах;

2) методика расчёта стержневых элементов на динамические воздействия с использованием модели нелокального демпфирования материала;

3) методика подбора параметров, характеризующих нелокальное демпфирование материала;

4) обоснование применения одномерной модели стержня при динамическом расчёте конструктивных элементов, выполненных из композитных материалов.

Степень достоверности и апробация результатов. Достоверность результатов, полученных в ходе исследования, обеспечивается корректным использованием обоснованных положений, методов строительной механики и сопротивления материалов, а также сравнением с результатами численного эксперимента, полученными с использованием верифицированного программного обеспечения.

Основные результаты диссертационного исследования докладывались на 9-ти научно-практических конференциях российского и международного уровня: конференции «Неделя науки. Наука МИИТа – транспорту» (2013, 2016, 2017, 2018, 2019) Российского университета транспорта (РУТ (МИИТ)); VII и VIII Международных научных конференциях «Задачи и методы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» («Золотовские чтения») Российской академии архитектуры и строительных наук (2018,2019); 6th International Conference on Collaboration in research and Education for Sustainable Transport Development, Транспортный университет Хошимина, Хошимин, Вьетнам; VII Международном симпозиуме «Актуальные проблемы компьютерного моделирования конструкций и сооружений» 2018 г., Новосибирск, Россия.

Основное содержание работы

Во введении приводится обоснование выбора предмета исследования, сформулирована цель работы, перечислены задачи, решенные в ходе реализации поставленной цели.

В первой главе представлен обзор экспериментальных и теоретических исследований, посвящённых вопросам исследования внутреннего трения в конструктивных материалах, а также приведены основные теоретические положения, используемые в диссертационном исследовании.

Гипотеза нелокального демпфирования материала основана на принципах нелокальной механики. Предполагается, что демпфирование в некоторой точке стержня с координатой x_1 , отсчитываемой вдоль его оси, зависит не только от локального значения скорости изменения деформаций в той же точке $\dot{\varepsilon}(x_1)$, но и от значения скоростей изменения деформаций в соседних точках на некоторой области, прилегающей к рассматриваемой точке. Степень влияния демпфирующих свойств соседних точек друг на друга тем меньше, чем больше расстояние между ними.

Выражение для определения напряжений с использованием локальной модели (модели Фойгта) имеет следующий вид:

$$\sigma = E\varepsilon + \gamma E\dot{\varepsilon}, \quad (1)$$

где σ - нормальное напряжение, ε - линейная осевая деформация, $\dot{\varepsilon}$ - скорость изменения деформации, E - модуль Юнга, γ - коэффициент демпфирования.

При переходе к нелокальной модели демпфирования вместо коэффициента демпфирования γ используется функция, описывающая изменение влияния соседних точек друг на друга, называемая ядром оператора внутреннего демпфирования:

$$\sigma(x, t) = E[\varepsilon(x, t) + \gamma \int_0^l C_v(|x - \theta|) \dot{\varepsilon}(\theta, t) d\theta], \quad (2)$$

где l - длина рассматриваемого стержневого элемента,

$C_v(|x - \theta|)$ - ядро оператора, характеризующего внутреннее демпфирование, $|x - \theta|$ - расстояние между соседними точками.

Функция $C_v(|x - \theta|)$ удовлетворяет условиям нормирования, то есть:

$$\int_{-\infty}^{\infty} C_v(|x - \theta|) d\theta = 1. \quad (3)$$

Наиболее характерными являются:

- ядро в виде экспоненциальной функции (рис. 1):

$$C_v(|x - \theta|) = \frac{\mu}{2} \cdot e^{-\mu|x-\theta|} \quad (4)$$

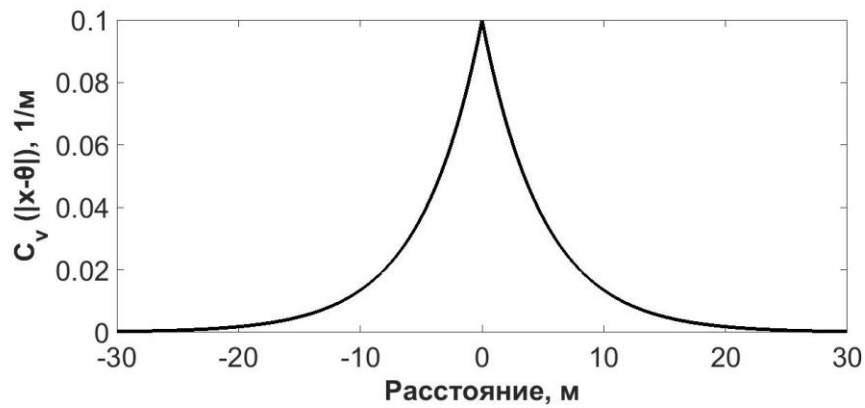


Рисунок 1 – Экспоненциальное ядро оператора внутреннего демпфирования ($\mu = 0,2$ 1/м)

- ядро в виде функции ошибок (рис. 2):

$$C_v(|x - \theta|) = \frac{\mu}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{\mu^2(x-\theta)^2}{2}} \quad (5)$$

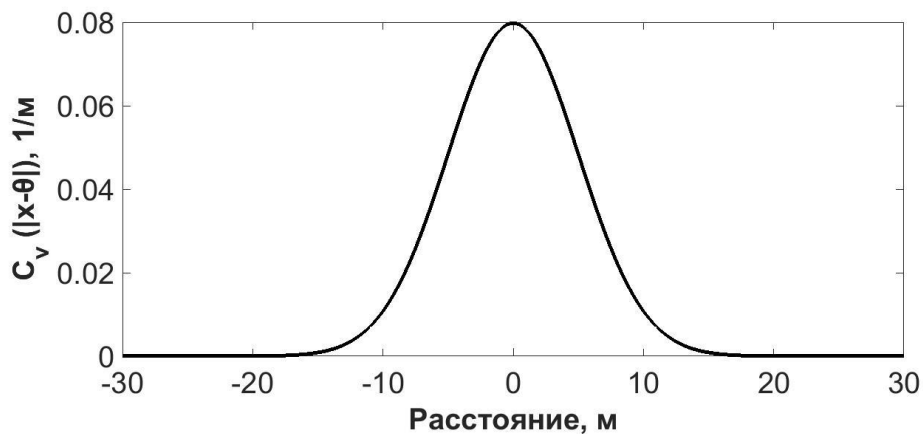


Рисунок 2 – Ядро оператора внутреннего демпфирования в виде функции ошибок ($\mu = 0,2$ 1/м)

- ядро, представляемое константой (в виде прямоугольника) (рис. 3):

$$C_v(|x - \theta|) = \begin{cases} \frac{1}{l_0}, & \text{при } |x - \theta| \leq l_0/2 \\ 0, & \text{при других значениях } |x - \theta| \end{cases} \quad (6)$$

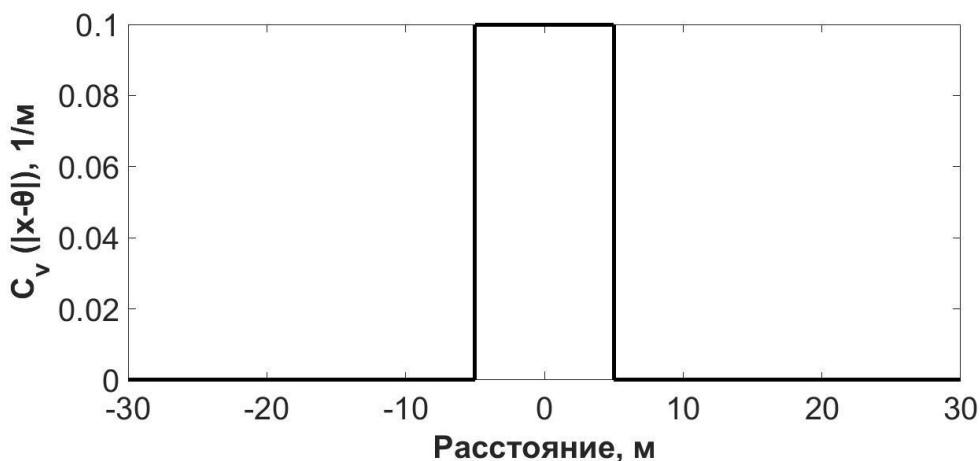


Рисунок 3 – Прямоугольное ядро оператора внутреннего демпфирования ($l_0 = 10$ м)

- ядро, представляемое линейной функцией (в виде треугольника)
(рис. 4):

$$C_v(|x - \theta|) = \frac{1}{l_0} \left(1 - \frac{|x - \theta|}{l_0}\right), \text{ при } |x - \theta| \leq l_0 \quad (7)$$

$$0, \text{ при других значениях } |x - \theta|$$

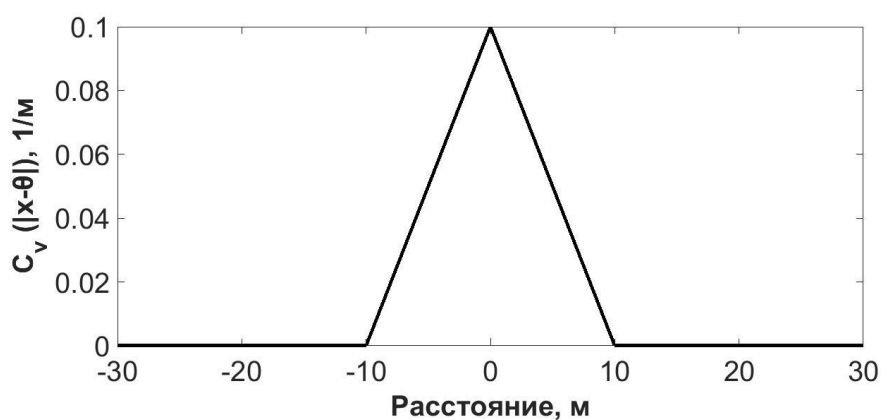


Рисунок 4 – Треугольное ядро оператора внутреннего демпфирования ($l_0 = 10$ м)

Здесь μ и l_0 – параметры, характеризующие масштаб нелокальности демпфирования материала, называемые масштабами влияния, x , θ – координаты рассматриваемой и соседней с ней точек, отсчитываемые вдоль оси стержня.

В конце главы на основе проведённого обзорного анализа сформулированы основные задачи, которые ставит перед собой автор в рамках диссертационного исследования.

Во второй главе выполняется исследование влияния учёта нелокального демпфирования на результаты компьютерного моделирования колебательного процесса стержневых элементов. В качестве примера рассматривается стержень длиной 10 м и жесткостью $EI = 9,82 \cdot 10^6$ кН · м², жёстко зашпеллённый по концам. Общее уравнение движения изгибаемого стержня, записанное для его произвольного сечения, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 M(x, t)}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} - q(x, t). \quad (8)$$

Здесь $w(x, t)$ – прогиб стержня в сечении с координатой x , m – погонная масса стержня, $q(x, t)$ – интенсивность погонной поперечной нагрузки, $M(x, t)$ – изгибающий момент в поперечном сечении стержня.

Изгибающий момент в сечении стержня при учёте нелокального демпфирования описывается выражением:

$$M(x, t) = -EI \left[\frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} + \gamma \int_0^l C_v(|x - \theta|) \frac{\partial^3 w(\theta, t)}{\partial \theta^2 \partial t} d\theta \right], \quad (9)$$

Используя экспоненциальное ядро (4) и подставляя выражение (9) в левую часть выражения (8), получим уравнение движения относительно функции прогибов с учётом нелокального демпфирования:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \frac{EI}{m} \left[\frac{\partial^4 w(x, t)}{\partial x^4} + \gamma \frac{\partial^2}{\partial x^2} \int_0^l \frac{\mu}{2} \cdot e^{-\mu|x-\theta|} \frac{\partial^3 w(\theta, t)}{\partial \theta^2 \partial t} d\theta \right] \\ = \frac{q(x, t)}{m}. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (10) решается методом Бубнова-Галёркина, для этого прогиб $w(x, t)$ необходимо представить в виде ряда:

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n f_i(t) V_i(x). \quad (11)$$

Здесь $f_i(t)$ – искомые значения обобщенных перемещений, а $V_i(x)$ – базисные функции.

Базисные функции должны отвечать четырём условиям: они должны быть непрерывны, дифференцируемы по длине стержня, взаимно ортогональны и должны соответствовать граничным условиям. В настоящем исследовании в качестве базисных функций используются недемпфированные формы собственных колебаний. Для стержня, закреплённого по концам они имеют вид:

$$V_i(x) = (shk_i l - sink_i l)(chk_i x - cosk_i x) - (chk_i l - cosk_i l)(shk_i x - sink_i x), \quad (12)$$

где l – длина стержневого элемента, k_i – корни характеристического уравнения: $chk_i l \cos k_i l = 1$.

В результате преобразований получим систему уравнений, которая решается относительно обобщённых перемещений методом Рунге-Кутты IV порядка:

$$\begin{aligned} \ddot{f}_j(\tau) + \frac{k_j^4}{k_1^4} f_j(\tau) + \frac{\gamma \mu l \omega_1}{2 a_j k_1^4} \sum_{i=1}^n \int_0^1 V_j^{II}(z) \int_0^1 e^{-\mu l |z-y|} V_i^{II}(y) dy dz \dot{f}_i(\tau) \\ = \frac{q(\tau) l^4}{a_j k_1^4 EI} \int_0^1 V_j(z) dz. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь $z = x/l$ и $y = \theta/l$ – безразмерные координаты, $\tau = t \cdot \omega_1$ – безразмерное время, $\omega_1 = \sqrt{\frac{k_1^4 EI}{ml^4}}$ – первая (минимальная) частота собственных колебаний, $a_j = \int_0^1 V_j^2(z) dz$.

Для решения системы (13) автором были написаны программы и пользовательские функции в программном комплексе MATLAB.

Оценим количество слагаемых ряда (11) (форм собственных колебаний), необходимое для достижения достаточной точности расчёта. Для этого рассмотрим стержень, закреплённый по концам и нагруженный мгновенно приложенной равномерно распределённой нагрузкой. Значение

прогиба определялось в среднем сечении стержня в момент времени 70 с., когда колебания уже полностью затухли, и прогиб можно считать равным статическому (рис. 5).

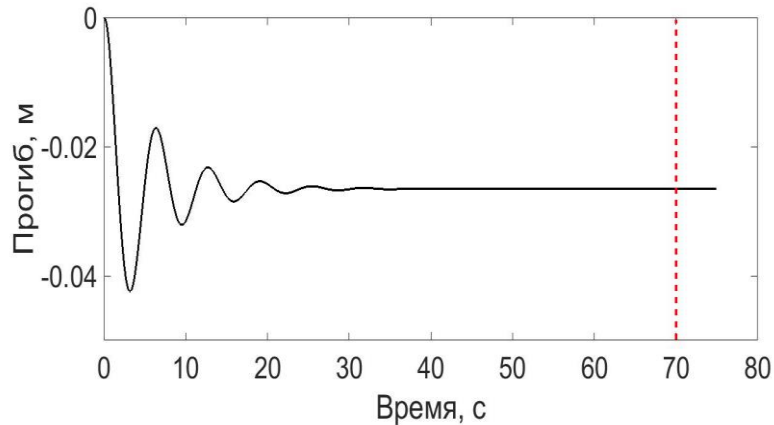


Рисунок 5 – Зависимость прогиба в среднем сечении стержня от времени

В таблице 1 приведены значения прогибов в середине стержня. Значения, соответствующие учету, соответственно, первых пяти и семи форм собственных колебаний, полностью совпадают с точностью до трёх значащих цифр.

Таблица 1 – Величины прогибов в среднем сечении стержня при учёте разного количества форм собственных колебаний

Количество форм	Величина прогиба в среднем сечении стержня, м
1	-0.0268
3	-0,0264
5	-0,0265
7	-0,0265

При статическом нагружении равномерно распределённой нагрузкой прогиб в середине стержня составляет:

$$w_{\text{ст}} = \frac{ql^4}{384EI} = \frac{1000 \cdot 10^4}{384 \cdot 9,82 \cdot 10^5} = 0,0265 \text{ м.} \quad (14)$$

Таким образом, значение прогиба в середине стержня при статическом нагружении до трёх значащих цифр совпадает со значением прогиба при затухании его колебаний, полученным по пяти формам собственных колебаний.

В случае если внешняя нагрузка носит периодический характер, необходимо определять количество используемых в расчёте форм собственных колебаний в соответствии с её частотой.

Чтобы оценить влияние учёта нелокального демпфирования на результаты моделирования динамического поведения стержня, рассмотрим его колебательный процесс под действием равномерно распределённой периодической нагрузки q , изменяющейся по синусоидальному закону:

$$q = A \cdot \sin(\omega t), \quad (15)$$

где A – амплитуда изменения нагрузки, вызывающей колебания, ω – ее частота, t – время.

Амплитуду вынуждающей нагрузки примем равной 10000 кН/м, а частоту – половине первой собственной частоты колебаний стержня $\omega = \frac{\omega_1}{2}$.

На рисунке 6 приведены результаты численного моделирования колебательного процесса стержня при масштабе влияния $\mu = 0,2$ 1/м.

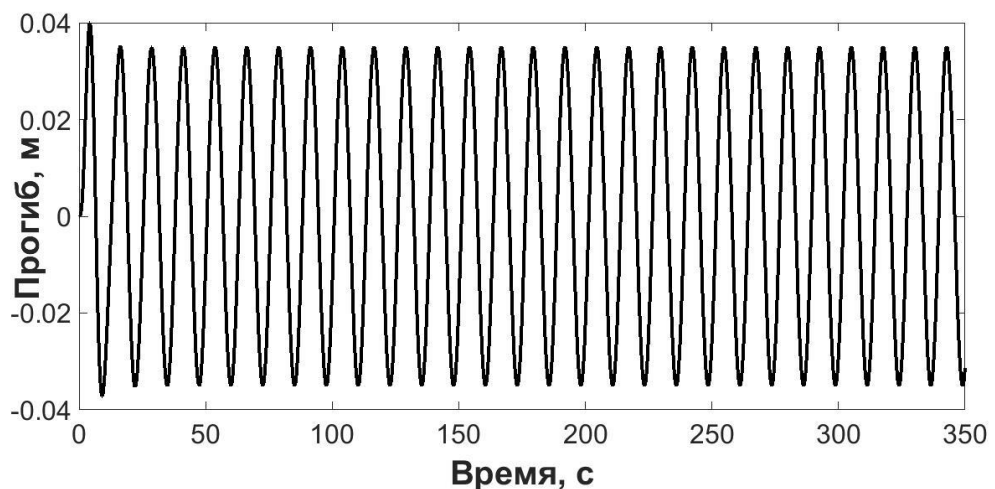


Рисунок 6 – Изменения прогиба стержня во времени при $\mu = 0,2$ 1/м

Масштаб влияния (параметр μ) характеризует степень нелокальности демпфирования в модели трения (4), (5). Чем больше значение μ , тем ближе рассматриваемая модель к классической локальной модели демпфирования материала (рис. 7).

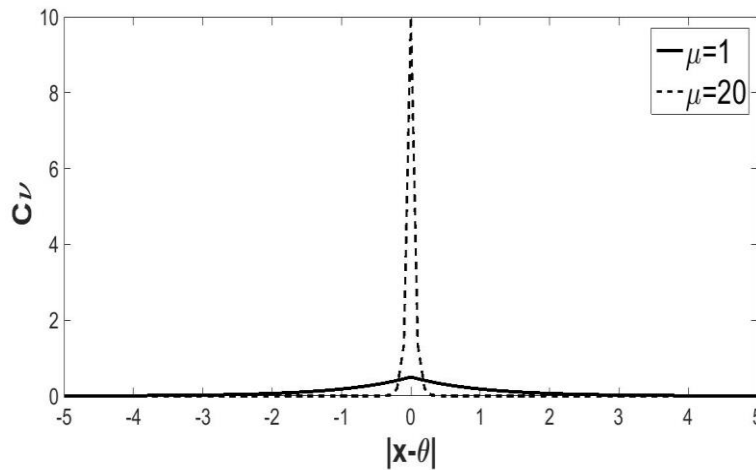


Рисунок 7 – Экспоненциальные ядра операторов демпфирования при различных масштабах влияния μ

Амплитуды прогиба в середине стержня, полученные при различных значениях параметра μ , приведены в таблице 2. Из неё видно, что с увеличением параметра μ , то есть с приближением к локальной модели демпфирования, уменьшается амплитуда прогиба.

Таблица 2 – Амплитуды прогибов в середине стержня при различных значениях параметра μ

$\mu, 1/м$	Амплитуда прогиба в середине стержня, м
0.2	0,0350
0.5	0,0304
1	0,0237

Большинство строительных конструкций подвержено действию случайных нагрузок. В то же время эти нагрузки редко в значительной степени отклоняются от некоторой случайной величины. Поэтому в диссертационном исследовании случайная нагрузка моделировалась как случайный стационарный процесс с использованием метода канонических разложений:

$$q(t) = \sum_{k=0}^n (U_k \cos \omega_k t + V_k \sin \omega_k t). \quad (16)$$

Здесь U_k, V_k – некоррелированные случайные величины, распределённые по нормальному закону, t – время, ω_k – частота внешнего случайного воздействия.

Десять реализаций случайного колебательного процесса при действии нагрузки, описанной выше, представлены на рисунке 8.

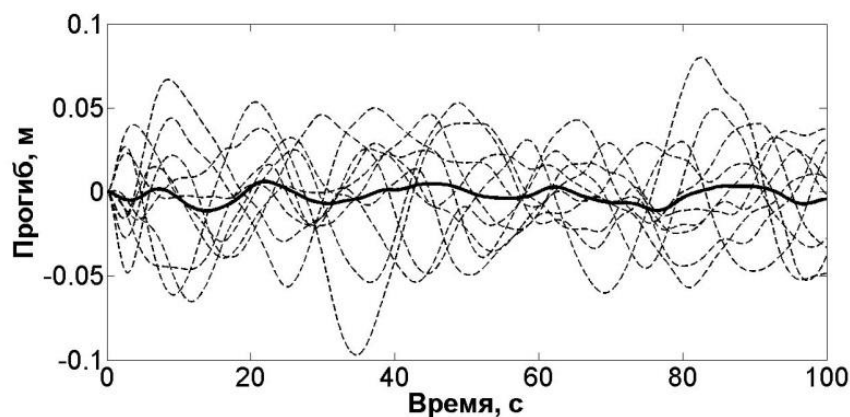


Рисунок 8 – Десять реализаций случайного стационарного процесса колебаний стержня при действии нагрузки, смоделированной как случайный стационарный процесс

Случайная функция прогиба получена путём линейного преобразования случайной функции нагрузки с использованием системы уравнений (13). Случайная функция прогиба также должна быть стационарна, а, значит, удовлетворять трём условиям: постоянства математического ожидания, постоянства дисперсии и условию постоянства корреляционной функции в любой момент времени. Соответствие полученной функции третьему (и основному) условию продемонстрировано на рисунке 9.

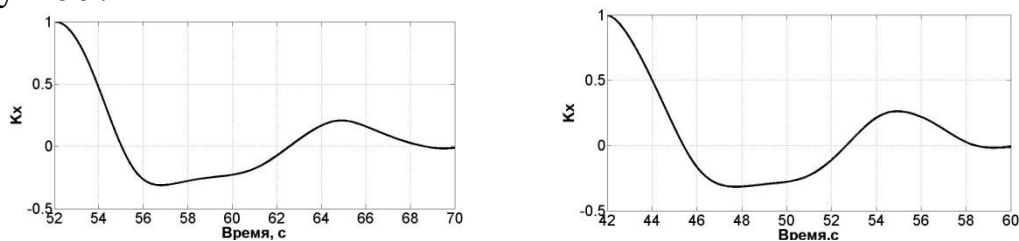


Рис. 9 – Нормированные корреляционные функции полученные для разных отрезков времени

Для оценки влияния изменения параметра μ были построены гистограммы прогибов в середине стержня в момент времени 50 с. (рис. 10).

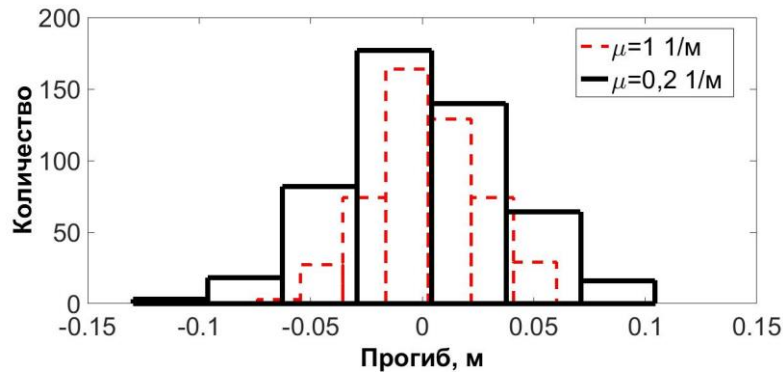


Рисунок 10 – Гистограммы прогибов в середине пролёта стержня для различных значений параметра μ

Из гистограмм видно, что с увеличением параметра μ уменьшается дисперсия процесса. Это также показывают доверительные интервалы, приведённые в таблице 3.

Таблица 3 – Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал при различных значениях параметра μ

Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал	Границы интервала, м		
	$\mu=0.2 \text{ 1/м}$	$\mu=0.5 \text{ 1/м}$	$\mu=1 \text{ 1/м}$
68,27% (от $-\sigma$ до σ)	$\pm 0,0361$	$\pm 0,0283$	$\pm 0,0236$
95,45% (от -2σ до 2σ)	$\pm 0,0721$	$\pm 0,0566$	$\pm 0,0472$
99,73% (от -3σ до 3σ)	$\pm 0,1083$	$\pm 0,0849$	$\pm 0,0708$

В конце второй главы описаны основные этапы методики расчета изгибаемых стержневых элементов на динамические воздействия с использованием модели нелокального демпфирования материала.

В третьей главе задача о моделировании внутреннего трения с использованием модели нелокального демпфирования рассматривается в геометрически нелинейной постановке на примере пологой арки, жёстко заделанной по концам (рис. 11), загруженной равномерно распределённой нагрузкой, нормальной к её оси.

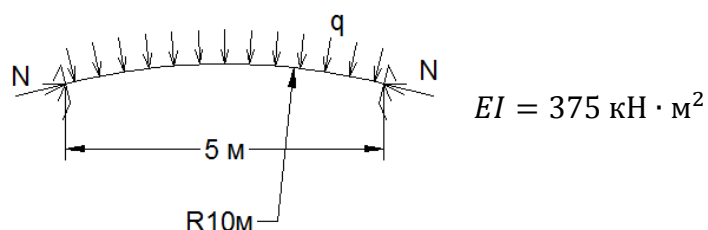


Рисунок 11 – Пологая арка, рассматриваемая в диссертационном исследовании

Система уравнений движения пологой арки отличается от системы уравнений движения стержня (13) наличием члена, содержащего продольную силу, возникающую в арке:

$$\begin{aligned}
 & \ddot{f}_j(\tau) + \left(\frac{k_j}{k_1}\right)^4 f_j(\tau) \\
 & + \frac{\gamma\omega_1}{a_j k_1^4} \sum_{i=1}^m \int_0^1 V_j''(z) \int_0^1 \frac{\mu l}{2} e^{-\mu l|z-y|} V_i''(\theta) dy dz \dot{f}_j(\tau) \\
 & - \frac{Nl^4}{EI a_j k_1^4} \left(\frac{1}{l^2} \sum_{i=1}^n \int_0^1 f_i(t) V_i''(z) V_j(z) dz + \frac{1}{R} \int_0^1 V_j(z) dz \right) \\
 & = \frac{l^4}{k_1^4 a_j} \int_0^1 \frac{q(z, \tau)}{EI} V_j(z) dz,
 \end{aligned} \tag{17}$$

где N – продольная сила, действующая в арке, R – радиус кривизны пологой арки.

Динамическое поведение пологой арки имеет некоторые особенности. При определённом диапазоне периодического изменения нагрузок она колеблется относительно одного положения равновесия. Это хорошо видно из фазового портрета, представленного на рисунке 12.

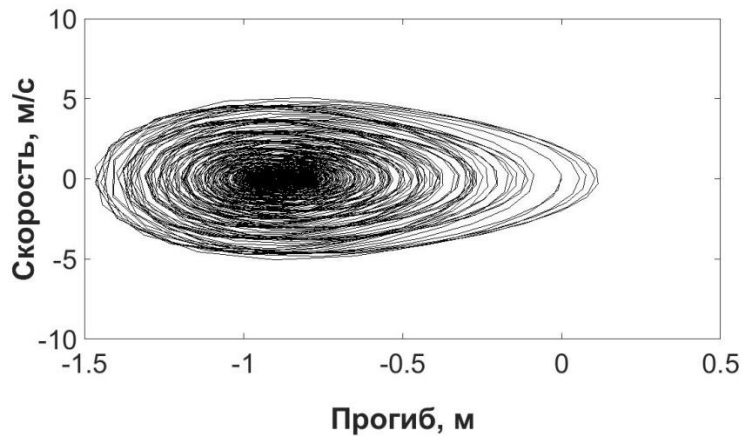


Рисунок 12 – Фазовый портрет колебательного процесса с одним положением равновесия. Интенсивность нагрузки q изменяется от -6200 кН/м до -3800 кН/м

Но существует диапазон нагрузок, при котором положений равновесия становится два (рис. 13).

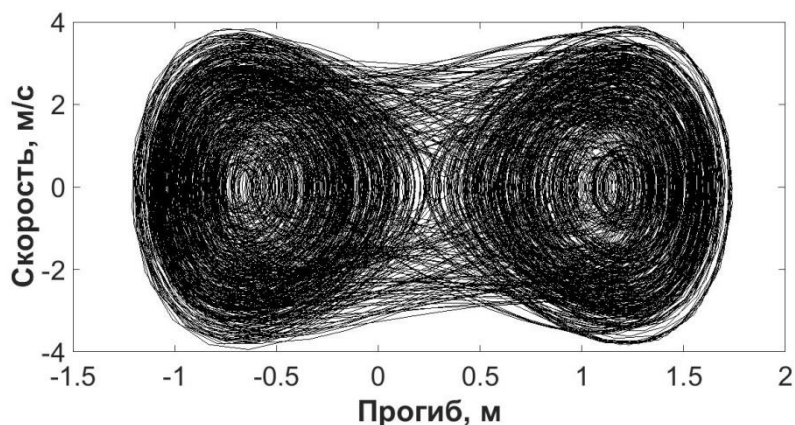


Рисунок 13 – Фазовый портрет колебательного процесса с двумя положениями равновесия. Амплитуда нагрузки $A = \pm 3500$

При таком режиме колебаний пологой арки существенно ускоряется рост усталостных напряжений, поэтому он является крайне опасным для конструкции. В дальнейшем сосредоточимся именно на нем.

Для наглядности распределение прогибов пологой арки во времени представлено в виде гистограмм (рис. 14).

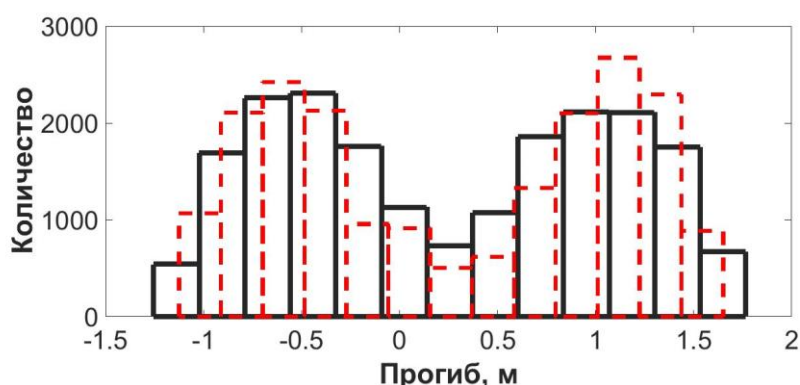


Рисунок 14 – Гистограммы прогибов пологой арки при действии периодической нагрузки с учётом и без учёта нелокального демпфирования.

Из гистограмм, полученных при амплитуде нагрузки в 4500 кН/м видно, что при использовании модели нелокального демпфирования происходит увеличение размаха колебаний.

Интересным является случай при амплитуде нагрузки в 1200 кН/м. В этом случае при использовании локальной модели арка колеблется относительно одного положения равновесия, а при переходе к нелокальной

модели – положений равновесия становится два, то есть происходит качественное изменение характера колебательного процесса (рис. 15).

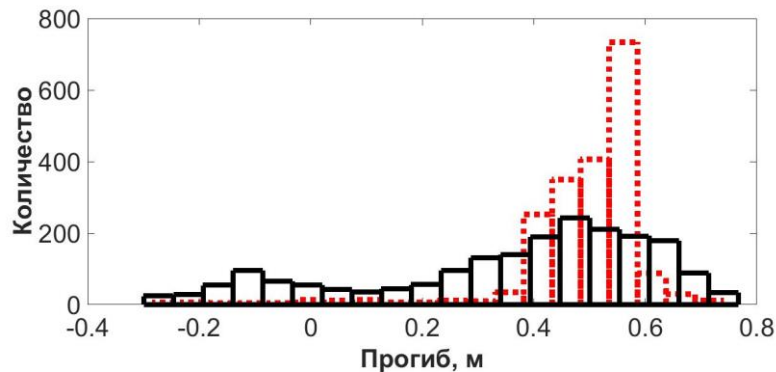


Рисунок 15 – Изменение характера колебательного процесса пологой арки при переходе к модели нелокального

В диссертации приведены основные этапы методики расчета стержневых элементов на динамические воздействия с использованием модели нелокального демпфирования материала (табл. 4).

Таблица 4 – основные этапы методики расчёта, предложенной в диссертации

№ этапа	Содержание этапа
1	Назначение граничных условий в математической модели колеблющегося стержня
2	Выбор базисных функций, удовлетворяющих предъявляемым к ним требованиям
3	Вычисление корней $k_i l$ характеристического уравнения, отвечающего граничным условиям
4	Получение системы интегро-дифференциальных уравнений методом Бубнова-Галеркина
5	Вычисление обобщённых перемещений прогибов элемента
6	При детерминированном нагружении – определение амплитуды прогиба, при стохастическом – определение вероятности возникновения опасного прогиба

В четвёртой главе приводится методика подбора характеристик нелокальной модели по результатам численного эксперимента, применяемая также и к подбору характеристик модели на основании опытных данных. В качестве расчётной модели для отработки методики использовался стержень из термореактивного винилэфирного стеклопластика I класса длиной 6 м и поперечным сечением 0,2х0,3 м, закреплённый по концам и нагруженный

равномерно распределённой мгновенно приложенной нагрузкой. Трёхмерная модель этого стержня была построена в верифицированном расчётном комплексе SIMULIA Abaqus с учётом ортотропных свойств материала. Характеристики материала приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Характеристики термореактивного винилэфирного стеклопластика I класса

<i>Характеристика материала</i>	<i>Значение</i>
Модуль Юнга в продольном направлении, E_{lw}	17,2 ГПа
Модуль Юнга в поперечном направлении, E_{cw}	12,2 ГПа
Коэффициент Пуассона в продольном направлении, μ_{lw}	0,32
Коэффициент Пуассона в поперечном направлении, μ_{cw}	0,15
Плотность материала, ρ	1,9 кН/м ³
Коэффициент демпфирования, γ	0,042
Прочность на разрыв, $\sigma_{разр}$	241 МПа

Процесс затухания колебаний стержня, полученный в Simulia Abaqus представлен на рисунке 16.

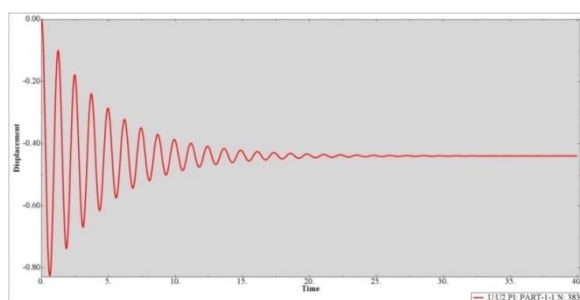


Рисунок 16 – Перемещения среднего сечения стержневого элемента в процессе затухания его колебаний, полученные в ПК SIMULIA Abaqus

Разница между этими данными и данными, полученными с использованием классической модели Фойгта в качестве модели внутреннего трения при одномерном моделировании, очевидна (рис. 17а). Величина относительной ошибки составляет 16,7%. При калибровке модели нелокального демпфирования по методу наименьших квадратов получим $\mu = 1.07$ 1/м (рис. 17б). Величина относительной ошибки сократилась в 5 раз.

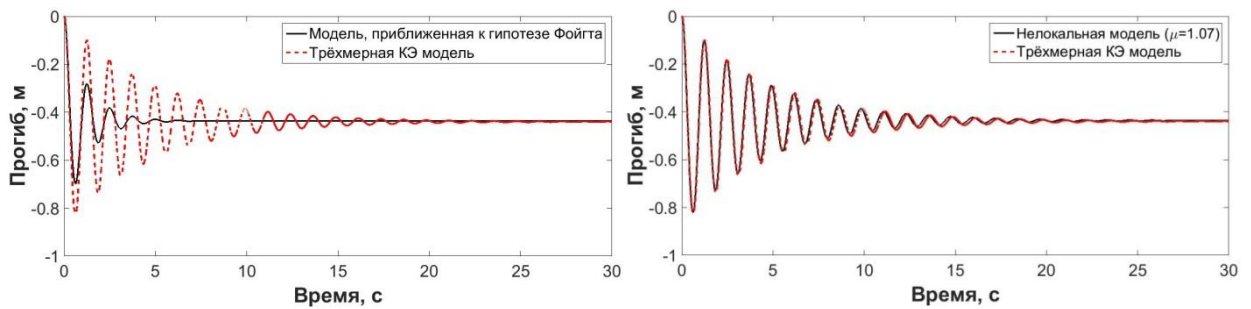


Рисунок 17 – Сравнение результатов численного эксперимента, с результатами одномерного моделирования а) по модели, приближенной к модели Фойгта; б) по откалиброванной модели нелокального демпфирования с использованием экспоненциального ядра

Калибровка с использованием метода наименьших квадратов производилась в программном комплексе MATLAB.

Для обоснования достоверности откалиброванной модели производилось сравнение результатов компьютерного моделирования для стержней с измененной геометрией (рис. 18).

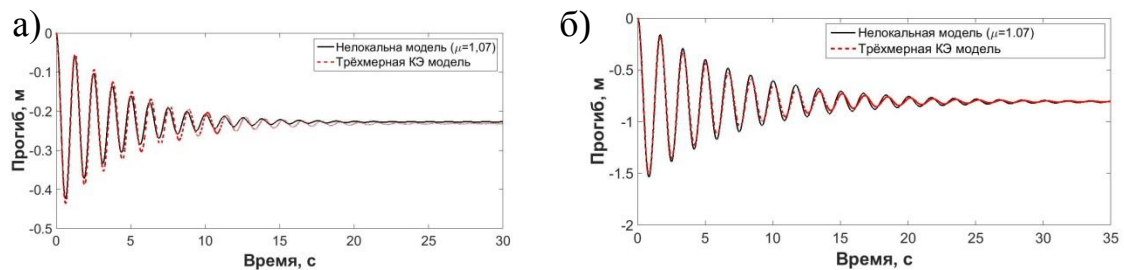


Рисунок 18 – Сравнение результатов численного эксперимента с результатами одномерного моделирования по модели нелокального демпфирования: а) для стержня длиной 7 м, 0,2х0,3 м; б) для стержня длиной 7 м, 0,3х0,4 м

Величина ошибки остаётся в пределах 5 %

Калибровка модели нелокального демпфирования производилась с использованием двух разных ядер оператора внутреннего демпфирования: экспоненциального ядра (4) и ядра в виде функции ошибок (5). Сравнение полученных результатов приведено в таблице 6, из которой видно, что разница между значениями относительных ошибок для различных ядер отсутствует. Значит, оба эти ядра могут одинаково успешно применяться при

моделировании динамического поведения стержневых элементов, выполненных из термореактивного винилэфирного стеклопластика.

Таблица 6 – Сравнение масштабов влияния μ и относительных ошибок для различных ядер оператора внутреннего демпфирования

Тип ядровой функции	Подобранное значение параметра μ	Геометрия стержня	Относительная ошибка, %
Экспоненциальная	1.07	6м, 0,2х0,3м	3.1
		7м, 0,2х0,3м	3.2
		7м, 0,3х0,4м	4
Функция ошибок	0.96	6м, 0,2х0,3м	3.1
		7м, 0,2х0,3м	3.2
		7м, 0,3х0,4м	4

Заключение

В диссертации на основании выполненных исследований сделаны следующие выводы:

1. В результате изучения, анализа и оценки существующих методов расчета стержней на динамические воздействия установлено, что моделирование внутреннего трения в элементах, выполненных из композитных материалов, как правило, выполняется с использованием метода конечных элементов в трёхмерной постановке. Предложенная в диссертации методика позволяет использовать одномерные стержневые элементы в качестве расчётных схем и может быть использована на начальных этапах проектирования, когда требуется проверить и отбраковать большое количество вариантов.

2. В сравнении с локальными моделями, разработанная в диссертации модель является более гибкой, что особенно важно при моделировании колебательного процесса стержневых элементов конструкций из современных композитных материалов.

3. Разработана методика расчета стержней на детерминированные и стохастические динамические воздействия с учетом нелокального демпфирования для линейных и нелинейных систем.

4. При сравнении с результатами моделирования колебательного процесса стержневых элементов, полученными с использованием гипотезы Фойгта, выявлено, что применение нелокального подхода даёт увеличение размаха колебаний, а в случае расчёта нелинейных систем - качественное изменение характера динамического поведения системы.

5. Разработана и апробирована методика подбора параметров модели нелокального демпфирования с использованием существующих методов моделирования внутреннего трения и данных численного или реального эксперимента.

6. Подтверждена целесообразность построения физически обоснованных и соответствующих внутренней структуре материала ядер оператора внутреннего демпфирования. Их разработка является объектом дальнейшего исследования и позволит повысить достоверность модели нелокального демпфирования материала.

Список работ, опубликованный по теме диссертации

В изданиях, входящих в базу Web of Science:

1. Fyodorov, V. S. Nonlocal damping consideration for the computer modelling of linear and nonlinear systems vibrations under the stochastic loads / V. S. Fyodorov, V. N. Sidorov, **E. S. Shepitko** // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2018. – 456.

В изданиях, входящих в перечень ВАК:

2. **Шепитько, Е. С.** Колебания стержней с учетом нелокального демпфирования / Е.С.Шепитько // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. - 2016. - N 5.
3. **Potapov, V. D.** Computer modeling of nonlinear system vibrations consider nonlocal damping / V. D. Potapov, **E. S. Shepitko** // International Journal for Computational Civil and Structural Engineering, "Издательство АСВ" (Россия, г. Москва). – 2018. – v. 14 № 1

В других изданиях:

4. **Шепитько, Е. С.** К вопросу о колебаниях стержня с учетом нелокального демпфирования / Е.С.Шепитько // Труды Всероссийской научно-практической конференции Неделя науки – 2013 «Наука МИИТа - транспорту». - 2013.
5. **Шепитько, Е. С.** Компьютерное моделирование колебательного процесса нелинейных систем с учётом нелокального демпфирования / Е.С.Шепитько // Труды научно практической конференции Неделя науки - 2017 «Наука МИИТа - транспорту». - 2017.
6. **Шепитько, Е. С.** Учёт нелокального демпфирования при моделировании колебаний пологой арки под действием стохастической нагрузки / Е.С.Шепитько // Труды Всероссийской научно-практической конференции Неделя науки – 2018 «Наука МИИТа - транспорту». - 2018.
7. **Shepitko, E. S.** Computer Modeling of Shallow Arc Vibrations Consider Nonlocal Damping / E. S. Shepitko // Proceedings of the 6th International Conference on Collaboration in research and Education for Sustainable Transport Development. – 2018 г.

Шепитько Елена Сергеевна

**Модель нелокального демпфирования материала при расчёте
стержневых элементов**

Специальность 05.23.17 – Строительная механика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Подписано к печати
Объем 1,5 п.л.

Заказ №

Формат 60x80 1/16
Тираж 80 экз.

127994, Россия, г. Москва, ул. Образцова, д. 9, стр. 9 РУТ (МИИТ)